

Chapitre VI : Les techniques d'ordonnement

La réalisation d'un projet nécessite souvent une succession de tâches auxquelles s'attachent certaines contraintes :

- De temps : délais à respecter pour l'exécution des tâches ;
- D'antériorité : certaines tâches doivent s'exécuter avant d'autres ;
- De production : temps d'occupation du matériel ou des hommes qui l'utilisent.

Les techniques d'ordonnement dans le cadre de la gestion d'un projet ont pour objectif de répondre au mieux aux besoins exprimés par un client, au meilleur coût et dans les meilleurs délais, en tenant compte des différentes contraintes.

L'ordonnement se déroule en trois étapes :

- **La planification** : qui vise à déterminer les différentes opérations à réaliser, les dates correspondantes, et les moyens matériels et humains à y affecter.
- **L'exécution** : qui consiste à la mise en œuvre des différentes opérations définies dans la phase de planification.
- **Le contrôle** : qui consiste à effectuer une comparaison entre planification et exécution, soit au niveau des coûts, soit au niveau des dates de réalisation.

Il existe trois méthodes d'ordonnement : le diagramme de Gantt, la méthode MPM (Méthode des potentiels Métra), le PERT (Program Research Technic).

I Le Diagramme de Gantt.

1. Principe.

Ce type de diagramme a été mis au point par un américain Henry Gantt.

On représente au sein d'un tableau, *en ligne les différentes tâches et en colonne les unités de temps* (exprimées en mois, semaines, jours, heures...).

La durée d'exécution d'une tâche est matérialisée par un trait au sein du diagramme.

2. Réalisation.

Les différentes étapes de réalisation d'un diagramme de Gantt sont les suivantes:

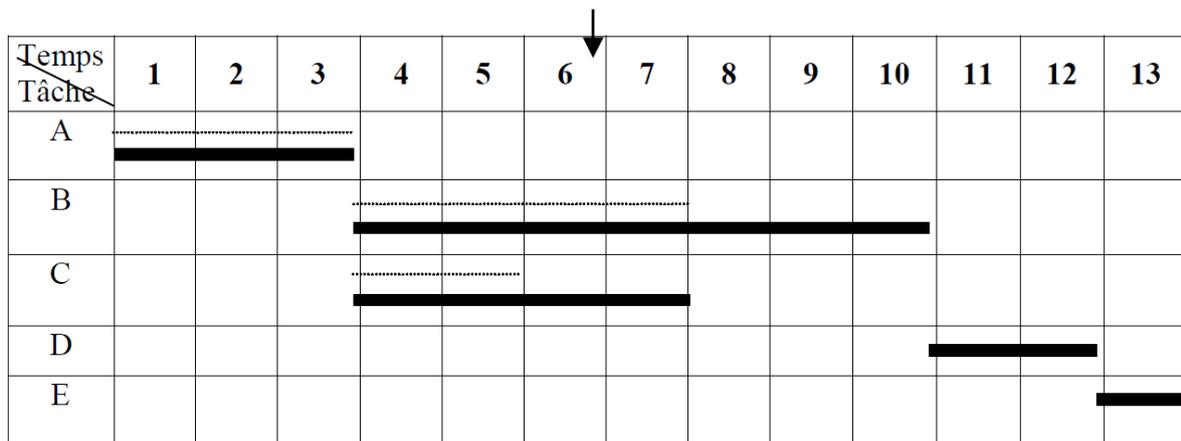
Première étape : On détermine les différentes tâches (ou opérations) à réaliser et leur durée.

Deuxième étape : On définit les relations d'antériorité entre tâches.

Troisième étape : On représente d'abord les tâches n'ayant aucune antériorité, puis les tâches dont les tâches antérieures ont déjà été représentées, et ainsi de suite...

Quatrième étape : On représente par un trait parallèle en pointillé à la tâche planifiée la progression réelle du travail.

Exemple



Remarques :

- Chaque colonne représente une unité de temps.
- Les durées d'exécution prévues des tâches sont représentées par un trait épais. (4 unités de temps pour C).
- Les contraintes de succession se lisent immédiatement.
- Les tâches B et C succèdent à la tâche A.
- D succède à B.
- Le déroulement d'exécution des tâches figure en pointillé, au fur et à mesure des contrôles. On est à la fin de la 6^{ème} unité de temps, B est en avance d'une unité et, C est en retard d'une unité.
- On peut alors déterminer le chemin critique : qui est formé d'une succession de tâches, sur le chemin le plus long en termes de durées. Il est appelé

chemin critique car tout retard pris sur l'une des tâches de ce chemin, entraîne du retard dans l'achèvement du projet. (Chemin critique :A, B, D, E).

Avantages :

- Permet de déterminer la date de réalisation d'un projet.
- Permet d'identifier les marges existantes sur certaines tâches (avec une date de début au plus tôt et une date au plus tard).
- La date au plus tard de début d'une tâche, la date à ne pas dépasser sans retarder l'ensemble du projet.

Inconvénient :

Ne résout pas tous les problèmes, en particulier si l'on doit planifier des fabrications qui viennent en concurrence pour l'utilisation de certaines ressources.

II La Méthode des potentiels métra.

Cette méthode a été développée par une équipe de chercheurs français.

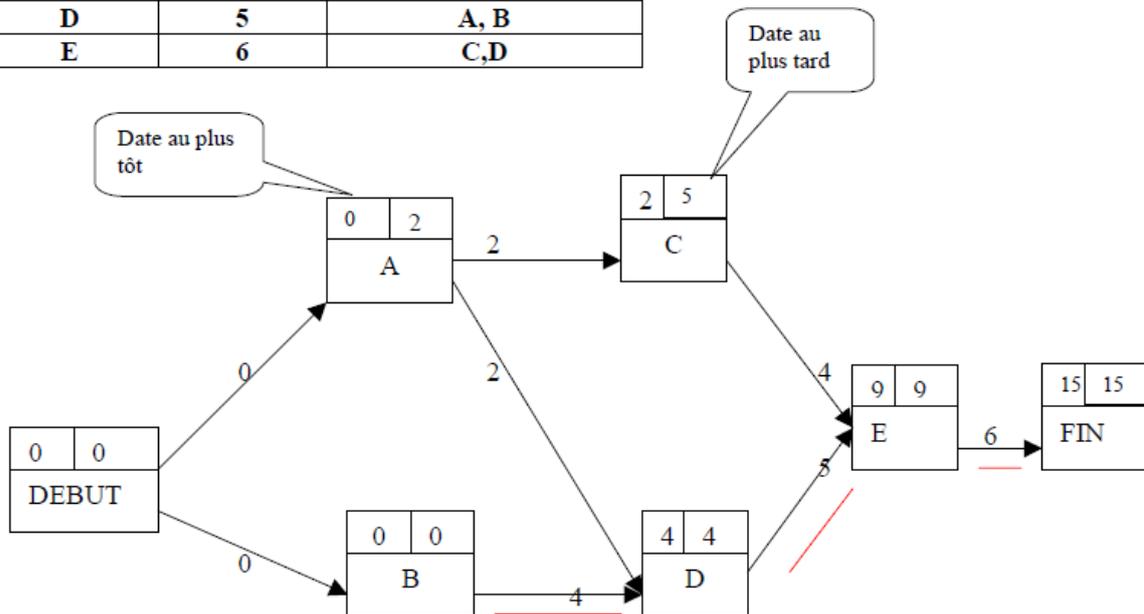
1. Principe.

- Les tâches sont représentées par des sommets et les contraintes de succession par des arcs.
- Chaque tâche est renseignée par la date à laquelle elle peut commencer (**date au plus tôt**) et celle à laquelle, elle doit se terminer (**date au plus tard**).
- A chaque arc est associé une **valeur numérique**, qui représente soit une durée d'opération, soit un délai.

Exemple :

Tâche	Durée	Tâches antérieures
A	2	—
B	4	—
C	4	A
D	5	A, B
E	6	C,D

Tâche	Durée	Tâches antérieures
A	2	—
B	4	—
C	4	A
D	5	A, B
E	6	C, D



Remarques :

- La date de début au plus tôt d’une tâche est obtenue en cumulant la durée des tâches qui précèdent sur la séquence la plus longue.

On initialise le sommet DEBUT avec une date au plus Tôt = 0. Date au plus tôt de la tache $j = \text{Max}(\text{date au plus tôt de } i + \text{Durée } T_{i,j})$ pour tous les prédécesseurs i de j .

- Les dates au plus tard : dates à laquelle doivent être exécutées les tâches sans remettre **en cause la durée optimale de fin du projet**.

On initialise à l’étape terminale, le dernier sommet par la date au plus tard = date au plus tôt. Date au plus tard $i = \text{Min}(\text{Date au plus tard de } j - \text{durée } T_{i,j})$ pour tous les successeurs j de i .

- On peut alors déterminer le **chemin critique** : succession de tâches sur le chemin le plus long au sens des durées. Pour toutes les tâches du chemin critique, les dates au plus tôt et au plus tard coïncident. Chemin critique : B, D, E.

2. La marge totale.

La marge totale sur une tâche est le retard que l’on peut prendre dans la réalisation de cette tâche sans retarder l’ensemble du projet. Elle est obtenue,

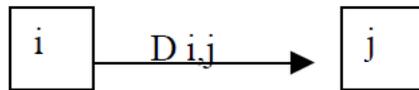
en faisant pour chaque tâche, la différence entre la date au plus tard de début d'une tâche et la date au plus tôt.

$$\text{Marge totale sur A} = (2-0) = 2$$

3. La marge libre.

La marge libre sur une tâche est le retard que l'on peut prendre dans la réalisation d'une tâche sans retarder la date de début au plus tôt de tout autre tâche qui suit. Si on appelle : T_j la date au plus tôt de la tâche qui suit la tâche considérée. T_i La date de début au plus tôt de la tâche i . $D_{i,j}$ La durée de la tâche i .

Marge Libre de $i = \text{Min} (T_j - T_i - D_{i,j})$ pour tous les successeurs j de i .



$$\text{Marge libre sur A} = 2 - 0 - 2 = 0$$

$$\text{Marge libre sur C} = 9 - 2 - 4 = 3$$

III Méthode P.E.R.T (Program Evaluation and Research Task)

1. Principe.

Dans un graphe PERT :

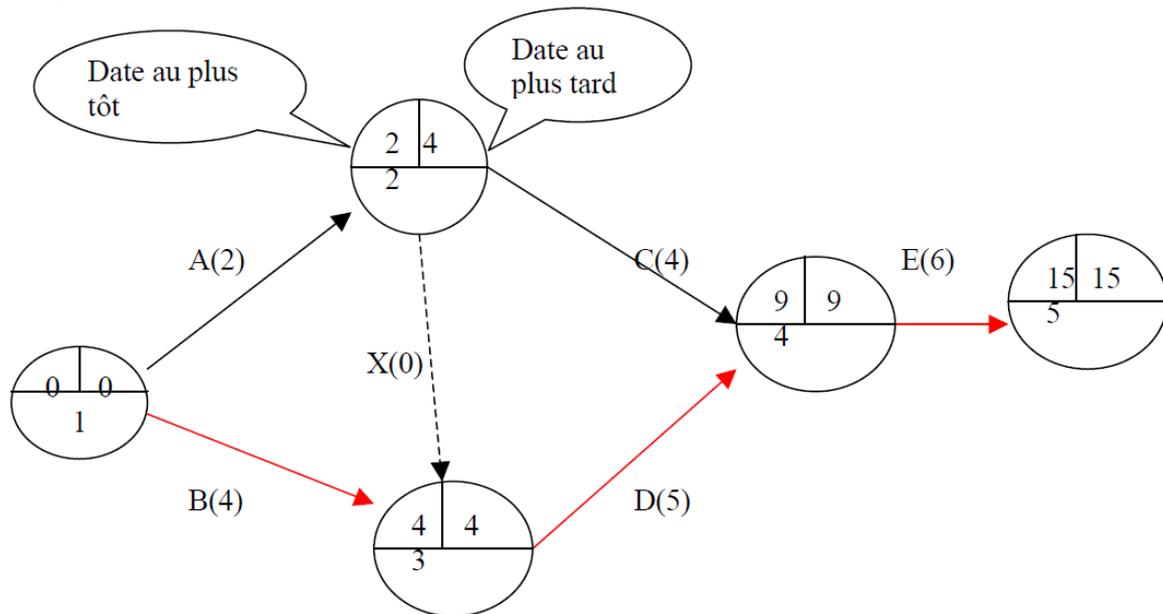
- Chaque tâche est représenté par un arc, auquel on associe un chiffre entre parenthèses qui représente la durée de la tâche.
- Entre les arcs figurent des cercles appelées « sommets » ou « événement » qui marquent l'aboutissement d'une ou plusieurs tâches. Ces cercles sont numérotés afin de suivre l'ordre de succession des divers évènements.

2. Réalisation

Pour construire un graphe PERT, on utilise la méthode des niveaux.

- On détermine les tâches sans antécédents, qui constituent le niveau 1.
- On identifie ensuite les tâches dont les antécédents sont exclusivement du niveau 1.

Ces tâches constituent le niveau 2, et ainsi de suite...



Remarques :

- Il a été nécessaire d'introduire une tâche fictive de durée égale à 0, pour représenter la relation d'antériorité entre A et D.
- Le cumul des tâches composant la séquence la plus longue (B, D, E) permet de déterminer la date au plus tôt de réalisation du projet. Cette succession de tâches constituent le chemin critique

4. Dates et marges en représentation PERT.

Date au plus tôt.

On initialise la date au plus tôt du premier sommet à 0 :

$T_1 = 0$ Désigne la date au plus tôt du sommet 1.

$T_i = \text{Max} (T_j + \text{Durée } T_{i,j})$ pour tous les prédécesseurs j de i

Date au plus tard.

On initialise la date au plus tard du dernier sommet avec sa date au plus tôt.

$T^*_n = T_n$ (T^*_n : désigne la date au plus tard du sommet n)

(T_n : désigne la date au plus tôt du sommet n).

$T^*_i = \text{Min} (T^*_j - \text{Durée } T_{i,j})$ pour tous les successeurs j de i.

Marge totale

Marge totale i, j = $T^*_j - T_i - \text{Durée } T_{i,j}$

T^*_j : est la date au plus tard du sommet j.

T_i : date au plus tôt du sommet i.

$T_{i,j}$: durée de la tâche entre les sommets i et j

Management des projets

Tâches	A	B	C	D	E
Marges totales	$4-0-2=2$	$4-0-4=0$	$9-4-4=1$	$9-4-5=0$	$15-9-6=0$

Remarque : sur le chemin critique, les marges totales des différentes tâches sont nulles.

- **Marge Libre**

Marge libre $i,j = T_j - T_i - \text{durée } T_{i,j}$

Tâches	A	B	C	D	E
Marges libres	$2-0-2=0$	$4-0-4=0$	$9-2-4=3$	$9-4-5=0$	$15-9-6=0$