Université Mohammed Kheider - Biskra
Faculté des sciences exactes et sciences de la nature et de la vie
Département de Mathématiques
Module: Analyse 03 (2ème année Licence Maths 2023/2024)

Série N° 03

Exercice 1 *Déterminer le rayon et le domaine de convergence des séries entières suivantes:*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + (-3)^n}{n+1} x^n \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n}\right)^{3n} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\sin n)^n x^n.$$

Exercice 2 *Calculer la somme et le rayon de convergence des séries entières suivantes*

$$\sum_{n\geq 1} n^2 x^{n-1} \quad , \quad \sum_{n\geq 0} \frac{x^{2n}}{2n+1}., \quad \sum_{n\geq 1} (-1)^{n+1} n x^{2n+1} \quad ,$$

Exercice 3 *Développer en série entière au voisinage de* 0 *les fonctions:*

$$f_1(x) = \frac{x+1}{x^2-2x-3}, \qquad f_2(x) = (1+x)\, e^{-x} \quad f_3(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad ,$$

Exercice 4 *Soit la fonction* f $2\pi-$ *périodique définie par :*

$$f(x) = \begin{cases} x & si \quad]0;\pi] \\ 0 & si \quad [-\pi;0[, \end{cases}$$

1. *Déterminer les coefficients de Fourier* a_n *et* b_n *associés à* f *et donner la série de Fourier associée :*
2. *En déduire les sommes*

$$\sum_{n\geq 0} \frac{1}{(2n+1)^2}; \qquad \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2}$$

Exercice 5

1. *Déterminer les coefficients de Fourier* a_n *et* b_n *associés à gla série de Fourier de la fonction* $2\pi-$ *périodique définie sur* $[-\pi,\pi]$ *par* $g(x) = |x|$
2. *En déduire les sommes*

$$\sum_{n\geq 0} \frac{1}{(2n+1)^2}; \qquad \sum_{n\geq 1} \frac{1}{(2n+1)^4}$$