تقديم

لم تعد القرارات الإدارية في العصر الحديث ضرباً من ضروب الحدس والتخمين تعتمد على التجربة والخطأ ، وإنما أصبحت ترتكز على أساس علمي ، دعامته الطريقة العلمية في البحث وأساسه استخدام الأسلوب الكمي للتوصل إلى قرارات أكثر دقة وأصالة علمية .

وإذا كان أسلوب الإدارة التقليدية يتماشى مع الوضع في الماضي بكل ما صاحبه من ظروف ساهمت في الحفاظ عليه حتى عصرنا هذا، إلا أن الإدارة اليوم تواجه نوعاً من التحدي الناتج عن زيادة أعبائها، وعدم استقرار الظروف والعوامل المحيطة بها . لذلك فإن كل تقدم تحرزه في سبيل التغلب على هذا التحدي ومواجهته يحقق مزيداً من التقدم ليس فقط في المجتمع المحلي وإنما على مستوى المجتمع العالمي كله. فالإدارة لا تمثل أهمية بالغة للدول المتقدمة فقط، وإنما تزداد أهميتها بالنسبة للدول النامية. فلولاها ما وصلت المؤسسات في الدول المتقدمة إلى المستوى الهائل من الكفاءة والقدرة الإنتاجية وبدونها سوف لا تحقق الدول النامية أهدافها في التقدم والرخاء.

كان لزاماً على المتخصصين في العلوم الإدارية البحث عن قواعد وأسس جديدة للعمل والسلوك الإداري، وذلك مثل بلوغ مستويات الجودة الشاملة ومقاييس المواصفات العالمية

(الأيزو) والإنتاج الآني وغير ذلك ومن هنا ازدادت الحاجة والرغبة نحو اعتماد أساليب علمية متطورة لترشيد القرار الإداري لكي يأتي متجانساً مع ما هو مطروح من تحديات أمام المنظمات الإدارية ومنظمات الأعمال إن هذه الأساليب في مجموعها تعرف باسم بحوث العمليات والذي عرف من قبل المختصين في العلوم الإدارية المنهج الكمي لدراسة الإدارة العامة حيث نمت وتطورت أساليب بحوث العمليات جنباً إلى جنب مع النمو والتطور الذي حصل في تقنيات الحاسوب والبرمجيات العلمية مما ساعد على توسعه وزيادة تطبيقه في الواقع العملي لمعالجة الكثير من المشاكل في وظائف منظمة الإدارة المختلفة (إنتاج ، أفراد ، خزين ، مالية ،.... إلخ).

نشأة وتطور بحوث العمليات

إن البحث في نشأة وتطور بحوث العمليات يستلزم منا أولاً وقبل كل شيء البدء في استعراض حركة الإدارة العلمية كمنطلق أساسي للاتجاهات الحديثة في علم الإدارة ثم نستعرض بعد ذلك نشأة وتطور بحوث العمليات كامتداد لهذا الاتجاه العلمي في الإدارة.

حركة الإدارة العلمية : بدأت حركة الإدارة العلمية في الظهور في عام 1911م عندما قدم فردريك ونسلو تيلور كتابه الشهير بعنوان(الإدارة العلمية)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي في كل ما يتعلق بالعمل .

بحـــوث العمليـــات: تعتبر بحوث العمليات امتداد للاتجاه العلمي في الإدارة ولقد جاء تطبيقها في هذا المجال متأخراً وكان من الممكن أن يستمر لولا التقدم الذي أحرزته القوات الجوية الملكية البريطانية في فترة الحرب العالمية الثانية (1939م) في هذا المجال فلقد ظهرت حاجة بريطانيا ماسة إلى مساهمة العلماء في فروع العلوم المختلفة لوضع أسلوب لصد الهجوم الألماني الجوي فعمل فريق من العلماء المتخصصين في بحوث العمليات في استغلال الموارد المحدودة من الرجال والمعدات وتحويل بريطانيا من الدولة المدافعة إلى الدولة المهاجمة .

مفهوم بحوث العمليات: لقد اختلفت وجهات النظر وتباينت الآراء في إيجاد تعريف محدد لبحوث العمليات وخلط البعض بينها وبين بعض الاصطلاحات الأخرى مثل تحليل العمليات وتحليل النظم .

فما الذي تعنيه بحوث العمليات ؟ وبماذا تختلف عن تحليل العمليات والنظم ؟

لقد حاول بعض الكتاب تعريف بحوث العمليات – ونورد هنا أكثر هذه التعريفات شيوعاً :

تعريف واجنر : بحوث العمليات هي مدخل العلم المستخدم في حل المشكلات التي تصادف الإدارة العليا للمشروعات ولا يعطى هذا التعريف مفهوماً واضحاً لبحوث العمليات فهو يقيدها بحل المشكلات ، كما يحدد نطاقها بالإدارة العليا للمشروعات وبحوث العمليات يتسع نطاقها عن هذا التعريف ، فهي تتعلق باتخاذ القرارات سواءً على نطاق الإدارة التنفيذية أو الإدارة العليا للمشروع .

تعريف مورس وكمبال : فقد عرفا بحوث العمليات بأنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي الذي يمكن الإدارة من اتخاذ القرارات . هذا التعريف يحدد العناصر الرئيسية لبحوث العمليات وهي استخدام الطريقة العلمية وتوفير الأساس الكمي في اتخاذ القرارات الإدارية ، إلا أن التعريف يمكن أن يكون تعريفاً مناسباً لأساليب الإدارة الأخرى التي ترتكز على الأساس الكمي مثل محاسبة التكاليف .

ومن التعاريف السابقة يمكننا أن نستنتج الاتفاق على بعض الخصائص التي تحدد إطار بحوث العمليات وهي

1. استخدام الطريقة العلمية

2. الارتكاز على الأساس الكمي ممثلاً في أدوات وأساليب بحوث العمليات
3. تمكين الإدارة من اتخاذ قرارات أكثر موضوعية

وعلى أساس ذلك يمكننا وضع تعريف محدد لبحوث العمليات بأنها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي باستخدام أدوات وأساليب بحوث العمليات كالبرامج الخطية وشبكة الأعمال وذلك لتمكين الإدارة من اتخاذ قرار أكثر موضوعية. ويختلف مفهوم تحليل النظم عن بحوث العمليات ، فتحليل النظم يعني تحليل المكونات التي يتكون منها النظام إلى أجزاء رئيسية ، وبيان الدور الذي يؤديه كل جزء وعلاقته بالأجزاء الأخرى وأهميته في تركيب النظام كوحدة متكاملة وتحليل النظم يساعد الإدارة على تحقيق كفاءة المنظمة ككل دون التركيز على بعض أجزائها .

ونفرض أن الإدارة عليها أن تتخذ قراراً فيما يختص بعدد السلع التي تنتجها وكمية المخزون منها ، فبينما تفضل إدارة الإنتاج عدداً قليلاً من السلع بكميات كبيرة من المخزون لتشغيل طاقة المصنع ، فإن إدارة المبيعات تفضل التعامل مع عدد أكبر من السلع وكميات أكبر من المخزون حتى تتمكن من تلبية احتياجات المستهلكين عند الطلب ، ومفهوم النظم يشير إلى أنه لابد من التوفيق بين أهداف أجزاء النظام بما يخدم مصلحة المنظمة ككل وتطبيق مفهوم النظم في التخطيط الإداري ، يُعرف ((بتحليل النظم)) وبحوث العمليات ترتكز على مفهوم تحليل النظم كأساس لاتخاذ القرارات الإدارية .

عملية صنع القرار وعلم الإدارة: تتضمن عملية صنع القرار الخطوات التالية:

1. تعريف المشكلة
2. تحديد البدائل
3. اختيار مقياس للمقارنة بين البدائل
4. تقييم البدائل
5. اختيار أحد البدائل

أسباب الحاجة إلى أساليب بحوث العمليات: قد لا يكون هناك حاجة دائمة لأساليب بحوث العمليات إذا كان العمل صغيراً نسبياً خاصةً وأن التحليل الكمي يحتاج إلى الكثير من المعرفة التي قد لا تتوفر لدى المدير مما سيجعله سيضطر إلى الاستعانة بخبراء متخصصين مما يعني زيادة في التكاليف ، ولكن هناك ظروف وحالات تجعل من بحوث العمليات أداة لا غنى عنها في صنع القرار ، فالهدف من استخدام بحوث العمليات هو تخفيض نسبة المخاطرة في اتخاذ القرارات إلى أدنى حد ممكن.

المحور الأول: مسائل النقل

تعتبر مسألة النقل إحدى تطبيقات البرمجة الخطية الهامة، حيث أنها تهتم بتوزيع المنتجات من عدة مصادر للعرض (معامل، موانئ ...) إلى عدة مواقع للطلب (مراكز استهلاكية) بأقل تكلفة ممكنة أو بأعلى ربح أو بأقل وقت. فالبرمجة الخطية تستعمل للتوزيع الأمثل للموارد بالمؤسسة، أما طريقة النقل لها نفس هذه الخواص مضافا إليها شرط تساوي العرض مع الطلب.

ويقصد بحل مسائل النقل إيجاد قيم متغيرات القرار x_{ij} المجهولة، لذلك فإن الأسلوب الرياضي لحل هذه المسائل يمر بمرحلتين أساسيتين هما: **إيجاد الحل الأولي الممكن** و التي تتضمن ثلاث طرق و هي: **طريقة الزاوية الشمالية الغربية، طريقة التكاليف الدنيا**، و**طريقة فوجل** (**الغرامات**)، ثم تحسين الحل الأولي في المرحلة الثانية باستخدام **طريقة المؤشرين**.

سنتطرق إلى كل مراحل الحل والتحسين للوصول إلى التوزيع الأمثل عبر هذا المثال:

مثال: لنفرض أنه لدينا مؤسسة اقتصادية لها 3 وحدات إنتاجية O_1، O_2، O_3 متواجدة في ثلاث مناطق مختلفة، كما أنها تتوفر على 5 مراكز توزيع D_1، D_2، D_3، D_4، D_5، حيث أن هذه المؤسسة تنتج المنتج P على مستوى مراكز الإنتاج، ثم تقوم بتوزيعه على مراكز التوزيع الخمسة.

تعرض مراكز الإنتاج (العرض)كميات معينة من الإنتاج: a_1، a_2، a_3، أما مراكز التوزيع (الطلب) فتقوم بطلب كميات معينة من الإنتاج: b_1، b_2، b_3، b_4، b_5، كما هو موضح في الجدولين أدناه.

مركز الإنتاج	O_1	O_2	O_3
الطاقة الإنتاجية (العرض d_i **)**	$a_1=240$	$a_2=160$	$a_3=260$

مركز التوزيع	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
الطلب (b_j)	$b_1=120$	$b_2=150$	$b_3=145$	$b_4=125$	$b_5=140$

عملية نقل المنتج P من مراكز الإنتاج الثلاثة إلى مراكز التوزيع الخمسة يترتب عليها تحمل تكلفة النقل C.

C تمثل تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المنتج P من مراكز الإنتاج i إلى مركز التوزيع j .

تكلفة النقل الوحدوية يقدمها الجدول أدناه:

C	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
O_1	$C_{11}=100$	$C_{12}=800$	$C_{13}=100$	$C_{14}=500$	$C_{15}=400$
O_2	$C_{21}=500$	$C_{22}=500$	$C_{23}=300$	$C_{24}=600$	$C_{25}=700$
O_3	$C_{31}=200$	$C_{32}=900$	$C_{33}=500$	$C_{34}=900$	$C_{35}=800$

مشكل المؤسسة هو تحديد الكميات x_{ij} الواجب نقلها من مراكز الإنتاج إلى مراكز التوزيع، بهدف تقليل التكاليف.

مراحل الحل بأسلوب النقل:

1– تشكيل جدول مسائل النقل:

إن العرض الإنشائي لمسألة النقل حسب المثال أعلاه، يمكن تلخيصه في جدول شامل يسمى **جدول مسألة النقل**، يكون كالتالي:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
O_1	$C_{11}=100$ x_{11}	$C_{12}=800$ x_{12}	$C_{13}=100$ x_{13}	$C_{14}=500$ x_{14}	$C_{15}=400$ x_{15}	240
O_2	$C_{21}=500$ x_{21}	$C_{22}=500$ x_{22}	$C_{23}=300$ x_{23}	$C_{24}=600$ x_{24}	$C_{25}=700$ x_{25}	160
O_3	$C_{31}=200$ x_{31}	$C_{32}=900$ x_{32}	$C_{33}=500$ x_{33}	$C_{34}=900$ x_{34}	$C_{35}=800$ x_{35}	260
b_i	120	130	145	125	140	660

يلخص جدول مسائل النقل كامل المسألة، بحيث تظهر فيه تكاليف نقل الوحدة الواحدة من كل وحدة إنتاجية إلى كل مركز توزيع في أعلى كل خانة، و تظهر متغيرات المسألة و هي القيم x_{ij} المراد البحث عنها، كما تظهر الكميات القصوى التي تعرضها كل وحدة، و كذا كمية الطلب لكل منطقة.

2– الصياغة الرياضية لمسائل النقل:

يمكن صياغة مشكل النقل في شكل نموذج رياضي كما يلي:

أ– تحديد متغيرات القرار: تمثل القيم x_{ij} متغيرات القرار في مسائل النقل، و عددها في مثالنا السابق 15 متغيرة قرار، حيث:

x_{11} : تمثل الكمية الواجب نقلها من مركز الإنتاج O_1 إلى مركز التوزيع D_1 .

x_{43} : تمثل الكمية الواجب نقلها من مركز الإنتاج O_4 إلى مركز التوزيع D_3 .

ب- صياغة دالة الهدف: دالة الهدف في هذه الحالة هي عبارة عن تدنئة التكاليف المترتبة عن عملية النقل. و تكون من الشكل التالي:

$$Min\ Z = \sum C_{ij}\ x_{ij}$$

$$Min\ Z = 100\ x_{11} + 800\ x_{12} + 100\ x_{13} + 500\ x_{14} + 400\ x_{15} + 500\ x_{21} + 500\ x_{22} + 300\ x_{23} + 600\ x_{24} + 700\ x_{25} + 200\ x_{31} + 900\ x_{32} + 500\ x_{33} + 900\ x_{34} + 800\ x_{35}$$

جـ- صياغة القيود: لدينا نوعين من القيود: قيود العرض و قيود الطلب.

قيود العرض: $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 240$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 160$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 260$$

قيود الطلب: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_i$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 120$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{23} = 130$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 145$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 125$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 140$$

قيود عدم سلبية المتغيرات: $x_{ij} \geq 0$

3- ايجاد الحل الأولي : هناك عدة طرق لايجاد الحل الأولي، نذكر منها: طريقة الشمال الغربي، طريقة أقل تكلفة في العمود، طريقة أقل تكلفة في السطر، طريقة أقل تكلفة في الجدول، طريقة الغرامات....الخ

سنتطرق إلى بعض الطرق:

3-1- طريقة التكاليف الدنيا *(Méthode di moindre coût)*:

(طريقة أقل تكلفة في الجدول)

نبدأ في هذه الطريقة باشباع الخلايا انطلاقا من أدنى تكلفة في الجدول، ثم التكلفة المساوية أو الموالية وهكذا، حتى يتم استيفاء كل العرض والطلب.

في المثال السابق: تشكيل جدول النقل الموافق لتلك المسألة:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	A_i
O_1	100	800	100	500	400	240
O_2	500	500	300	600	700	160
O_3	200	900	500	900	800	260
b_i	120	130	145	125	140	660

نلاحظ أن أدنى تكلفة في الجدول هي 100، أي إما نقل المنتج من المنبع الأول O_1 إلى المصب الأول D_1 أو من المنبع الأول O_1 إلى المصب الثالث D_3، و طريقة الاختيار هنا تعتمد على أكبر قدر من الطلب، فلو تمت مقارنة طلب كل من المصب الأول و الثاني، فإن المؤسسة حتما سوف تختار الطلب الأكبر لتصريف أكبر قدر من منتجاتها، لذلك يتم إشباع طلب المصب الثالث كليا من المنبع الأول؛

- أما التكلفة الموالية فهي 100، أي نقل المنتج من المنبع الأول O_1 إلى المصب الأولD_1 ، حيث يتم تزويده بـ 95 وحدة المتبقية من 240 وحدة بعد التوزيع، و بذلك يتشبع السطر الأول، أي أن الكمية المعروضة في المنبع الأول 0؛
- أما التكلفة الموالية فهي 200، و هي تكلفة نقل المنتج من المنبع الثالث O_3 إلى المصب الأولD_1 ، وهنا يتم تزويد هذا الأخير بـ 25 وحدة فقط و هي احتياجاته بعد حصوله على 95 وحدة من المنبع الأول، وبالتالي يتشبع العمود الأول، و هكذا يتم الانتقال بين الخلايا تصاعديا، كما في الجدول أدناه:

حل مسألة النقل بطريقة التكاليف الدنيا للمثال السابق

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
O_1	100 **95**	800 /	100 **145**	500 /	400 /	$\cancel{240}$ $\cancel{95}$
O_2	500 /	500 **130**	300 /	600 **30**	700 /	$\cancel{160}$ $\cancel{30}$
O_3	200 **25**	900 /	500 /	900 **95**	800 **140**	$\cancel{260}$ $\cancel{235}$ $\cancel{95}$
b_i	$\cancel{120}$ $\cancel{25}$	$\cancel{130}$	$\cancel{145}$	$\cancel{125}$ $\cancel{95}$	$\cancel{140}$	660

قيمة التكاليف وفق هذه الطريقة هي:

$$Z=(100\times95)+(100\times145)+(500\times130)+(600\times30)+(200\times25)+(900\times95)+(800\times140)=309500$$

3-2- طريقة فوجل (الغرامات) *(Méthode de Jogel)*:

تعتبر طريقة فوجل التقريبية (طريقة الفروقات العظمى) من أهم الطرق على الإطلاق في ايجاد الحل الأولي لما تتميز به هذه الطريقة من القدرة على الوصول للحل الأمثل أو الحل القريب من الأمثل. وتتلخص خطوات إيجاد الحل الابتدائي لهذه الطريقة كما يلي:

- ❖ حساب الفرق بين أقل تكلفتين في كل سطر و في كل عمود؛
- ❖ تحديد السطر أو العمود الذي يمتلك أكبر فرق التكلفة (أعلى جزاء)؛
- ❖ اختيار الخانة ذات التكلفة الأقل في ذلك السطر أو العمود؛
- ❖ في الخانة التي اختيرت في الخانة الثالثة، نقارن احتياجات الطلب مع ما هو متوفر في العرض لنأخذ القيمة الأقل؛
- ❖ نعيد حساب الفرق مرة أخرى لكل من الأعمدة و الأسطر، و ذلك بعد إلغاء العمود أو السطر المشبع، و تكرر العملية السابقة إلى أن نلبي احتياجات كل الطلبات من العروض المتاحة.

و بالعودة إلى مثالنا السابق، سنقوم بتطبيق مراحل هذه الطريقة، وفق المراحل التالية:

- ❖ نقوم بحساب الفرق بين أدنى تكلفتين على مستوى جميع الأسطر و الأعمدة فنحصل على القيم: (100-100=0، 300-500=200، 500-200=300) على مستوى الأسطر الثلاث، ونحصل على القيم: (200-100=100، 800-500=300، 300-100=200، 600-500=100، 700-400=300) على مستوى الأعمدة؛
- ❖ نقوم باختيار أكبر فرق بين الأعمدة و الأسطر، نلاحظ في هذا المثال أن 300 هي أكبر فرق و قد تكررت في السطر الأخير و العمودين الثاني و الخامس، و هنا يتم اختيار أكبر فرق بينها و الذي يوافق أدنى تكلفة، و هو السطر الثالث و الذي يوافق 200 التي تعبر عن أدنى تكلفة في الجدول؛
- ❖ تعبر الخانة 200 عن تكلفة تزويد الطلب الأول بالمنتج من العرض الثالث، لذلك يتم تزويد طلبه المتمثل في 120 وحدة من 260 وحدة (العرض الثالث)، و بذلك يتم إشباع الطلب الأول (العمود الأول)، و يتبقى للعرض الثالث كمية معروضة تقدر بـ 140 وحدة؛

- و هكذا يتم إلغاء العمود الأول من جدول النقل لكونه مشبعا، و يتم تحيين (*actialisation*) الجدول بإعادة حساب الفرق بين التكاليف المتبقية، فنحصل على القيم: 300، 200، 300 في الأسطر الثلاث، و تبقى القيم: 300، 200، 100، 300 في الأعمدة الأربعة المتبقية، نقوم باختيار أكبر فرق (300) و الذي يوافق أدنى تكلفة (100)؛
- تمثل الخانة 100 عن تكلفة نقل المنتجات من العرض الأول إلى الطلب الثالث، لذلك يتم تزويد هذا الأخير بكل طلبه المتمثل في 145 وحدة من أصل 240 وحدة معروضة لدى العرض الأول، و هكذا يتم إشباع العمود الثاني، و إلغاؤه، و يبقى للعرض الأول كمية معروضة تقدر بـ 95وحدة؛
- و بإتباع نفس الخطوات في كل مرة، نحصل على النتائج المبينة في الجدول أدناه:

حل مسألة النقل بطريقة فوجل للمثال السابق

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i	الفرق
O_1	100 /	800 /	100 **145**	500 /	400 **95**	~~240~~ ~~95~~	0 300 100
O_2	500 /	500 **130**	300 /	600 **30**	700 /	~~160~~ ~~30~~	200 200 100
O_3	200 **120**	900 /	500 /	900 **95**	800 **45**	~~260~~ ~~140~~	300 300 100
b_i	~~120~~	~~130~~	~~145~~	~~125~~ ~~95~~	~~140~~ ~~45~~	660	
الفرق	100	300 400	200	100 300	300 100		

المصدر: من إعداد الباحثة بناء على معطيات المثال

انطلاقا من الجدول أعلاه أنه تم ملئ جميع الخانات، لذلك نتوقف عن تطبيق طريقة *Jogel*.

- **التأكد من قبولية الحل الأولي:**

يكون الحل الأولي مقبول إذا تحققت العلاقة:

عدد الأسطر + عدد الأعمدة – 1 = عدد الخانات المملوءة.

m+n-1 = عدد الخانات المملوءة

$(m+n-1) = 3 + 5 - 1 = 07$

وعدد الخانات المملوءة = 07

$x_{13}=145,\quad x_{15}=95,\quad x_{22}=130,\quad x_{24}=30,\quad x_{31}=120,\quad x_{34}=95,\quad x_{35}=45$

ومنه الحل الأولي مقبول:

و بغرض الحصول على قيمة دالة الهدف نقوم أيضا بتعويض قيم متغيرات القرار في دالة هدف نموذج النقل، فنحصل على:

$$Z = 100\ (0)+800\ (0)+100\ (145)+500\ (0)+400\ (95)+500\ (0)+500\ (130)+300\ (0)+600\ (30)+700\ (0)+200\ (120)+900\ (0)+500\ (0)+900\ (95)+800\ (45)=281000$$

قيمة دالة الهدف المحصل عليها باستخدام طريقة ***Jogel*** (281000) أقل من التكلفة الإجمالية للنقل المحصل عليها بطريقة التكاليف الدنيا (309500).

3- **التأكد من أمثلية الحل**: تستخدم طريقة المؤشرين للتأكد من أمثلية الحل، باتباع الخطوات التالية:

- ❖ نضيف المؤشرينI و J في كل الأسطر والأعمدة، حيث نرمز لكل سطر (الوحدة الإنتاجية) بالرمز ***I***، ونرمز لكل عمود (مركز التوزيع) بالرمز ***J***؛

نحسب **كل المؤشرات** I و J في كل الأسطر والأعمدة انطلاقا من المعادلة التالية: $\boldsymbol{C = I + J}$ في **الخانات المملوءة فقط**.

عن طريق فرض أحد المؤشرين = 0، لايجاد بقية المؤشرات. (لا يهم أي المؤشرات يكون مساويا للصفر).

- ❖ حساب Eij (الاقتصاد في التكاليف) وفق المعادلة التالية:

$$Eij = C - J - I$$

- إذا كان: $\boldsymbol{Eij >= 0}$ فإن **الحل أمثل**، ويكون التوزيع المتحصل عليه هو أفضل توزيع، والتكلفة المتحصل عليها (Z) هي أقل تكلفة ممكنة.
- إذا كان: $\boldsymbol{Eij < 0}$ فإن **الحل غير أمثل، مما يستدعي القيام بعملية تحسين الحل**.

4– تحسين الحل إذا كان غير أمثل:

- ❖ نختار الخلية الفارغة التي تحمل أقل قيمة سالبة، ونضع بها علامة (+).
- ❖ نرسم مسارا مغلقا انطلاقا من الخانة المختارة، زواياه كلها خانات مملوءة:
  - – خطوط المسار تكون مستقيمات أفقية أو عمودية (لا تكون مائلة).
  - – المسار ينطلق من خانة أقل قيمة سالبة ويعود إليها.
  - – يمكن أن يمر المسار بخانات فارغة، لكن كل الزوايا تكون خانات مملوءة.
  - – شكل المسار : مربع، مستطيل.........
- ❖ الزاوية الموالية للخانة المختارة والتي وضعنا بها (+) في السطر أو العمود نضع بها (−)، ثم الزاوية الموالية نضع (+) ثم الزاوية الموالية نضع (−) وهكذا حتى نهاية المسار والرجوع إلى نقطة البداية.
- ❖ نختار أقل كمية من بين الكميات الموجودة في الخانات التي بها (−).
- ❖ القيمة المختارة تضاف في الخانات التي بها (+) وتطرح في الخانات التي بها (−) في جدول جديد.
  - – الخانات الأخرى : التي ليس بها (+) أو (−) تبقى كما هي لا تتغير (الفارغة تبقى فارغة، والمملوءة تبقى مملوءة بنفس الكمية).
  - – الجدول الجديد (المشكل بعد التحسين) يرجعنا إلى مرحلة ايجاد الحل الأولي، لذلك نكمل كل الخطوات السابقة إلى غاية الحصول على الحل الأمثل.

مثال: نطبق خطوات الحصول على الحل الأمثل على المثال السابق:

الحل الأولي بطريقة التكاليف الدنيا

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
O_1	100 **95**	800 /	100 **145**	500 /	400 /	~~240~~ ~~95~~
O_2	500 /	500 **130**	300 /	600 **30**	700 /	~~160~~ ~~30~~
O_3	200 **25**	900 /	500 /	900 **95**	800 **140**	~~260~~ ~~235~~ ~~95~~
b_i	~~120~~ ~~25~~	~~130~~	~~145~~	~~125~~ ~~95~~	~~140~~	660

قيمة التكاليف وفق هذه الطريقة هي:

$$Z=(100\times95)+(100\times145)+(500\times130)+(600\times30)+(200\times25)+(900\times95)+(800\times140)=309500$$

التأكد من قبولية الحل الأولي:

عدد الأسطر + عدد الأعمدة – 1 = عدد الخانات المملوءة.

m+n-1 = عدد الخانات المملوءة

$(m+n-1) = 3 + 5 - 1 = 07$

وعدد الخانات المملوءة = 07

ومنه الحل الأولي مقبول

- **التأكد من أمثلية الحل:**

أولا: تحديد معادلة الخلايا المملوءة: $I=0$ مع $C = I + J$

$$C_{11} = I_1 + J_1 \Rightarrow 100 = 0 + J_1 \Rightarrow \boldsymbol{J_1 = 100}$$
$$C_{13} = I_1 + J_3 \Rightarrow 100 = 0 + J_3 \Rightarrow \boldsymbol{J_3 = 100}$$
$$C_{31} = I_3 + J_1 \Rightarrow 200 = I_3 + 100 \Rightarrow \boldsymbol{I_3 = 100}$$
$$C_{34} = I_3 + J_4 \Rightarrow 900 = 100 + J_4 \Rightarrow \boldsymbol{J_4 = 800}$$
$$C_{35} = I_3 + J_5 \Rightarrow 800 = 100 + J_5 \Rightarrow J_5 = \boldsymbol{700}$$
$$C_{22} = I_2 + J_2 \Rightarrow 500 = -200 + J_2 \Rightarrow J_2 = \boldsymbol{700}$$
$$C_{24} = I_2 + J_4 \Rightarrow 600 = I_2 + 800 \Rightarrow I_2 = \boldsymbol{-200}$$

ثانيا: تحديد معادلة الخلايا الفارغة: $E_{ij} = C - J - I$

في الخانات المملوءة دائما: $\boldsymbol{Eij = 0}$

$$E_{12} = C_{12} - J_2 - I_1 \Rightarrow E_{12} = 800 - 700 - 0 \Rightarrow \boldsymbol{E_{13} = 100}$$
$$E_{14} = C_{14} - J_4 - I_1 \Rightarrow E_{14} = 500 - 800 - 0 \Rightarrow \boldsymbol{E_{14} = -300}$$
$$E_{15} = C_{15} - J_5 - I_1 \Rightarrow E_{15} = 400 - 700 - 0 \Rightarrow \boldsymbol{E_{21} = -300}$$
$$E_{21} = C_{21} - J_1 - I_2 \Rightarrow E_{21} = 500 - 100 - (-200) \Rightarrow \boldsymbol{E_{24} = 600}$$
$$E_{23} = C_{23} - J_3 - I_2 \Rightarrow E_{23} = 300 - 100 - (-200) \Rightarrow \boldsymbol{E_{31} = 400}$$
$$E_{25} = C_{25} - J_5 - I_2 \Rightarrow E_{32} = 700 - 700 - (-200) \Rightarrow \boldsymbol{E_{32} = 200}$$

$E_{32} = C_{32} - J_2 - I_3 \;\Rightarrow\; E_{32} = 900 - 700 - 100 \Rightarrow\; \boldsymbol{E_{32} = 100}$

$E_{33} = C_{33} - J_3 - I_3 \;\Rightarrow\; E_{32} = 500 - 100 - 100 \Rightarrow\; \boldsymbol{E_{33} = 300}$

وجدنا قيمتين سالبتين، لذلك فالحل غير أمثل.

لذلك يجب القيام بعملية تحسين الحل:

- يتم اختيار الخانة ذات أقل قيمة سالبة، وجدنا قيمتيين (300-، 300-).

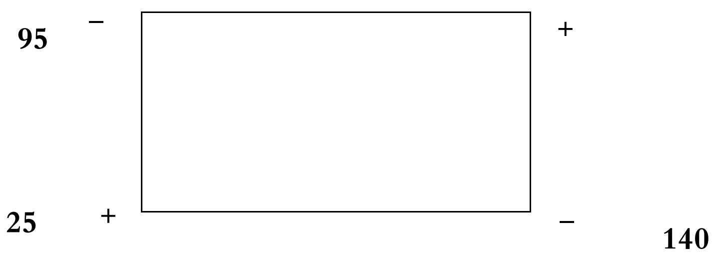
معنى وجود القيم السالبة : أن الخانة الفارغة ذات القيمة السالبة لم تدخل الحل، لذلك ظهرت القيمة السالبة، فإذا دخلت هذه الخانة للحل تنقص التكاليف الاجمالية بـ 300 دج/ للوحدة الواحدة.

لذلك يعمل التحسين على ادخال هذه الخانة التي ستنقص التكاليف الاجمالية (هدف مسألة النقل) وتصبح مملوءة بدلا من كونها فارغة وفق الخطوات التي ذكرت سابقا.

- **نختار الخانة ذات أقل قيمة سالبة:**

في مثالنا وجدنا قيميتين سالبتين (-300، -300)، لذلك الاختيار يكون عشوائيا

نختار الخانة $\boldsymbol{X_{15}}$ مثلا، ونشكل مسار مغلق انطلاقا من هذه الخانة.



المسار ينطلق من الخانة X_{15} ثم إلى الخانة X_{11} ثم إلى الخانة X_{31} ثم إلى الخانة X_{35} ثم يعود إلى خانة الانطلاق.

- **نختار أقل قيمة من بين الزوايا السالبة:**

أقل قيمة هي 95 =$(min : 140, 95)$، إذا ستأخذ الخلية الفارغة x_{15} هذه القيمة ويصبح جدول النقل كالتالي:

جدول النقل بعد تحسين الحل

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	a_i
O_1	100 0	800 /	100 **145**	500 /	400 95	~~240~~ ~~95~~
O_2	500 /	500 **130**	300 /	600 **30**	700 /	~~160~~ ~~30~~
O_3	200 120	900 /	500 /	900 **95**	800 45	~~260~~ ~~235~~ ~~95~~
b_i	~~120~~ ~~25~~	~~130~~	~~145~~	~~125~~ ~~95~~	~~140~~	660

$(m+n-1) = 3 + 5 - 1 = 07$

وعدد الخانات المملوءة = 07

ومنه الحل الأولي مقبول

قيمة دالة الهدف (التكاليف الاجمالية) في هذه الحالة هي:

$$Z= (100\times145)+ (400\times95)+ (500\times130)+(600\times30)+(200\times120)+(900\times95)+ (800\times45)=281000$$

ونجد نفس القيمة ولا أنقصنا الكمية الموجودة في الخانة الجديدة مضروبة في القيمة السالبة التي وجدناها في الحل غير الأمثل (300-) من التكاليف الاجمالية التي وجدناها في جدول الحل الأولي:

$$Z =309500 – (300 * 95)= 309500 – 28500 = 281\ 000$$

- **التاكد من أمثلية الحل:**