م/ مشكلة التخصيص (Assignment Prop)

بالرغم من ان مشكلة التخصيص هي احدى الحالات الخاصة في مشكلة النقل الا انها تختلف عنها بانها عملية تتم على اساس تخصيص عامل واحد لعمل واحد ، بائع واحد لمنطقة جغرافية واحدة ومدير لمشروع واحد one – one-toتتشابه المشكلتان باعتمادهما على الاعداد الصحيحة (integer) في عمليتي النقل والتخصيص .

يعبر عن مشكلة التخصيص بمصفوفة مربعة (عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة) حيث تمثل الصفوف الافراد المخصصة لهم بينما تمثل الاعمدة المهام الواجب تخصيصها .

ام كفاءة التخصيص هي احدى المعايير لتقويم الادارة العليا لما لها من أثار على تحقيق اهداف المنظمة بأقل التكاليف .

طرق التخصيص : هناك مجموعة من الطرق يمكن استخدامها في حل مسائل التخصيص واهما :

- **الطريقة الهنغارية :** وتعتبر من اكثر الطرق كفاءة في ايجاد الحل الامثل لمشاكل التخصيص ، تعتمد الطريقة الهنغارية على مبدأ تخفيض المصفوفة والتي تعني طرح رقم معين من صفوف المصفوفة او اعمدتها حيث يؤدي ذلك الى مصفوفة كلفة الفرصة.
- الخطوات المتبعة في تطبيق الطريقة الهنغارية :

سيتم توضيح خطوات هذه الطريقة عن طريق توضيح استخدام المثال الاتي :

يتضح من الجدول (1) ان هناك ثلاثة مدراء يختلفون من حيث القدرة والخبرة على ادارة المشاريع وان ادارة الشركة تقدر التكاليف التي يجب ان تدفعها جراء تخصيص المدراء للمشاريع الثلاثة وان اختلاف التكاليف يعود الى اختلاف المدراء في الخبرة وسنوات الخدمة والمهارة .

ان هدف الشركة هو تخصيص المدراء الى المشاريع بالطريقة التي تقلل التكاليف الى اقل ما يمكن .

المدراء	المشاريع		
	1	2	3
محمد	9	13	7
سامر	14	14	6
احمد	10	13	8

الخطوة الاولى : طرح اقل قيمة في كل صف ومن جميع القيم في الصف

المدراء	المشاريع		
	1	2	3
محمد	2	6	0
سامر	8	8	0
احمد	2	5	0

الخطوة الثانية: تخفيض المصفوفة الناتجة من الخطوة الاولى وذلك بطرح اقل القيم في كل عمود ومن جميع قيم العمود

المدراء	المشاريع		
	1	2	3
محمد	0	1	0
سامر	6	3	0
احمد	0	0	0

الخطوة الثالثة: اعتماد الجدول الناتج في الخطوة الثانية للتأكد فيما لو كان الحل هو الحل الامثل ، يمكن التأكد من تحقيقه الحل الامثل عندما يكون بالإمكان رسم اقل ما يمكن من الخطوط المستقيمة العمودية والافقية لتغطية جميع القيم الصفرية في المصفوفة ، اذا كان عدد الخطوط المستقيمة مساوياً الى عدد الصفوف والاعمدة فأن الحل الامثل يمكن تحقيقه ، اما اذا كان عدد الخطوط المستقيمة لا يساوي عدد الصفوف والاعمدة يتم الانتقال الى الخطوة الرابعة .

جدول (4)

المدراء	المشاريع		
	~~1~~	~~2~~	~~3~~
محمد	0	1	0
سامر	6	3	0
احمد	~~0~~	~~0~~	~~0~~

يتضح من الجدول (4) انه بالإمكان اجراء عملية رسم الخطوط المستقيمة لتغطية القيم الصفرية وقد تم تغطية جميع القيم الصفرية بالخطوط المستقيمة وان عدد الخطوط المستقيمة يساوي عدد الصفوف او الاعمدة ويساوي (3) مما ينتج عنه الحل الامثل.

تجري عملية التخصيص وذلك باختبار الصف الذي يحتوي على قيمة صفرية واحدة وتخصيصه ، فأن المدير سامر يخصص الى المشروع 3 وفي هذه الحالة نختصر المصفوفة بشطب الصف الثاني وللعمود الثالث .

كما يمكن تخصيص المدير محمد الى المشروع (1و3) بينما المدير احمد فيمكن تخصيصه الى المشاريع الثلاثة ولما كانت عملية التخصيص تقوم على تخصيص مدير واحد الى مشروع واحد ، فالحالة تدعونا لبحث عن الصف الذي يحتوي على قيمة صفرية واحدة وتخصيص المدير المناظر ومن هنا يتضح ان سامر يخصص الى المشروع (3) وبعد عملية التخصيص يتم شطب العمود (3) والصف (2) وبعد عملية الشطب يتم تخصيص محمد الى المشروع (1) ثم يتم اختصار المصفوفة بعد شطب العمود الاول والصف الاول ثم يتم تخصيص المدير احمد الى المشروع (2) ثم يتم احتساب التكاليف الكلية (Total Cost)

Total Cost = 9+6+13=28

الخطوة الرابعة : في حالة عدم امكانية تحقيق الحل الامثل في الخطوة الثالثة يتم الانتقال الى الخطوة الرابعة وذلك لزيادة عدد القيم الصفرية في المصفوفة حيث يتم ذلك باختيار اقل قيمة غير مغطاة في مصفوفة الخطوة السابقة وطرحها من جميع القيم غير المغطاة واضافتها الى نقاط تقاطع الخطوط المستقيمة المغطية للقيم الصفرية ، وفي حالة عدم امكانية تحقيق الحل

الامثل تعاد هذه الخطوة الى ان يصبح عدد الخطوط المستقيمة مساوياً الى عدد الصفوف والاعمدة .

<u>مثال (2)</u> الجدول الاتي يبين استخدام الخطوة الرابعة ترغب احدى المعامل بتخصيص اربعة اجهزة لإنجاز اربعة مهام والجدول الاتي يمثل التكاليف المتعلقة بإنجاز كل مهمة عن طريق الاجهزة الاربعة بالدينار .

مهمة / اجهزة	1	2	3	4
A	6	8	9	3
B	10	7	8	13
C	9	2	13	15
D	10	4	7	8

المطلوب : اوجد افضل تخصيص لتلك الاجهزة على المهام بحيث تكون التكاليف الكلية ادنى ما يمكن .

الحل :

الخطوة الاولى : طرح اقل قيمة في كل صف ومن جميع القيم في الصف

مهمة / اجهزة	1	2	3	4
A	3	5	6	0
B	3	0	1	6
C	7	0	11	13
D	6	0	3	4

الخطوة الثانية : طرح اقل قيمة في كل عمود ومن جميع قيم العمود :

مهمة / اجهزة	1	2	3	4
A	0	5	5	0
B	0	0	0	6
C	4	0	10	13
D	3	0	2	4

الخطوة الثالثة : اجراء عملية رسم الخطوط المستقيمة للتأكد من ان الحل هو الحل الامثل يتبين من الجدول ان عدد الخطوط المستقيمة هو اقل من عدد الصفوف لذا يجب ان ننتقل الى الخطوة الرابعة.

مهمة / اجهزة	1	2	3	4
A	~~0~~	5	~~5~~	~~0~~
B	~~0~~	0	~~0~~	~~6~~
C	4	0	10	13
D	3	0	2	4

الخطوة الرابعة :اختيار اقل قيمة مغطاة وهي C43 = 2 وطرحها من جميع القيم غير المغطاة واضافتها الى نقاط تقاطع المستقيمات الموضحة في الخطوة الثالثة لتصبح كما في الجدول الاتي ثم ترجى عملية اختيار الحل الامثل فاذا كان الجدول يمثل الحل الامثل تجري عملية التخصيص ، اما اذا كان الجدول لا يمثل الحل الامثل تعاد اجراءات الخطوة الرابعة الى ان يتحقق الحل الامثل ويكون اجمالي التكلفة الكلية للحل الامثل بعد التخصيص .

مهمة / اجهزة	1	2	3	4
A	~~0~~	~~5~~	~~5~~	~~0~~
B	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~6~~
C	4	0	10	13
D	3	0	2	4

نبدأ بتخصيص الجهاز C للمهمة (2) ثم نخصص الجهاز A للمهمة (4) ثم نخصص الجهاز B للمهمة (1) ونخصص الجهاز D للمهمة (3)

ثم نجد الكلفة الكلية Total Cost

Min Z=2+3+10+7= 22 دينار

الحالات الخاصة :

الحالة الاولى : الصفوف الوهمية والاعمدة الوهمية :

على الرغم من ان مشاكل التخصيص يجب ان يكون عدد الافراد مساو الى عدد المهام لاستخدام الطريقة الهنغارية الا ان ذلك قد لا يتحقق في الحياة اليومية واذا ما انتظرنا لتحقيق ذلك فقد لا يتحقق وعليه تتم معالجة هذا الموضوع وذلك باستحداث صف وهمي اذا كان عدد الافراد اقل من عدد المهام او استحداث عمود وهمي اذا كان عدد الافراد يفوق عدد المهام حيث يجب ان تكون m=n

ان الصف الوهمي او العمود الوهمي المستحدث هو في الحقيقة افتراضي وليس له وجود وعليه فأن اجمالي التكاليف في الحل الامثل لا تتأثر به حيث ان Cij =0 فلو تم توسيع المثال(1) بإضافة مدير رابع وان كلفة تكليفه بإدارة احد المشاريع هي (9,13,8)

ان مشكلة التخصيص كما في الجدول (1) الاتي هي

مشاريع / مدراء	1	2	3
محمد	9	13	7
سامر	14	14	6
احمد	10	13	8
بشار	8	13	9

مشكلة لا يمكن استخدام الطريقة الهنغارية في حلها حيث ان m>n وفي هذه الحالة نضيف عموداً وهمياً بكلفة تساوي (0)

عمود وهمي

مشاريع / مدراء	1	2	3	4
محمد	9	13	7	0
سامر	14	14	6	0
احمد	10	13	8	0
بشار	8	13	9	0

ان استخدام الطريقة الهنغارية

لايجاد التخصيص الامثل في حالة اضافة عمود وهمي لا تستوجب اجراء الخطوة الاولى وذلك لان اصغر قيمة لجميع الصفوف تساوي صفر

- وفي حالة كون عدد المشاريع اكبر من عدد المدراء فأن الحالة تقتضي اضافة صف وهمي الى مشاكل التخصيص بتكاليف صفرية عندئذ لا تستوجب اجراء الخطوة الثانية عند استخدام الطريقة الهنغارية لايجاد التخصص الامثل.

الحالة الثانية : مشكلة تعظيم الارباح (Maximization problem)

تكون بعض مشاكل التخصيص من نوع تعظيم الارباح حيث ان الهدف هو تخصيص المهام للأفراد من اجل زيادة الارباح، ان مسائل تعظيم الارباح يمكن حلها باستخدام الطريقة الهنغارية وذلك بتحويل المصفوفة الاولية للأرباح الى مصفوفة اولية للتكاليف وعملية التحويل هذه تتم بإحدى الطريقتين التاليتين :-

- طرح جميع قيم مصفوفة الارباح الاولية من اعلى قيمة للمصفوفة ثم اضافة الصف او العمود الوهمي لجعل عدد الصفوف مساوياً الى عدد الاعمدة وبالعكس (هذه الاضافة تتم اذا لم تكن المشكلة متوازنة).
- اضافة الصف او العمود الوهمي اذا كانت مشكلة التخصيص غير متوازنة ثم طرح قيم كل عمود من اعلى قيمة في ذلك العمود .

بعد اتباع هاتين الطريقتين يتم اتباع الطريقة الهنغارية لتحقيق الحل الامثل ، ان عملية التخصيص في حالة اقل خسارة الفرص تقود الى نفس النتائج لتعظيم الارباح كما في المشكلة الاصلية.

مثال (1): حدد التخصيص الذي يؤدي الى اكبر عائد من الجدول الاتي :

مشاريع / مهندسين	1	2	3
1	8	14	9
2	15	17	18
3	9	13	16
4	11	14	12

الحل :

1- نجعل مشكلة التخصيص في حالة توازن 4*4 كما في الجدول الاتي :

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	8	14	9	0
2	15	17	18	0
3	9	13	16	0
4	11	14	12	0

2- تحول مصفوفة الارباح الاولية الى مصفوفة خسارة الفرصة وذلك بطرح جميع قيم العمود من اعلى قيمة في العمود ولجميع الاعمدة ثم نجري عملية رسم المستقيمات لتغطية القيم الصفرية .

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	7	3	9	0
2	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
3	6	4	2	0
4	4	3	6	0

3- بما ان عدد الخطوط المستقيمة لا يساوي الصف او العمود فيتم اختيار اقل قيمة غير مغطاة ونطرحها من جميع القيم المغطاة وتضاف الى نقاط تقاطع المستقيمات.

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	5	1	7	0
2	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~2~~
3	~~4~~	~~2~~	~~0~~	~~0~~
4	2	1	4	0

4- طالما ان عدد الخطوط المستقيمة لا يساوي عدد الصفوف او الاعمدة كما في الجدول السابق يجب تكرار الخطوة (3) باختيار اقل قيمة وهي (1) لتظهر النتائج كما في الجدول التالي :

مشاريع / مهندسين	1	2	3	4
1	4	0	6	0
2	0	0	0	3
3	4	2	0	1
4	1	0	3	0

5- بعد اجراء عملية التخصيص جراء تحقق الحل الامثل تبين ان مسالة التخصيص هي من نوع تعدد الحلول المثلى حيث ان هناك اكثر من بديل يحقق اعلى ربحية وتساوي 45.

	امكانية التخصيص	التخصيص	الارباح	التخصيص	الارباح
1	2,4	2	14	4	0
2	1,2	1	15	2	17
3	3	3	16	3	16
4	2,4	4	0	2	14
	الارباح	= اجمالي	45		45

ترك

التخصيص الاول

1- نخصص المهندس الثالث للمشروع الثالث الثالث
2- نخصص المهندس الثاني للمشروع الاول الاول
3- نخصص المهندس الاول للمشروع الثاني الرابع
4- نخصص المهندس الرابع للمشروع الرابع الثاني

Max Z= 16+15+14+0=45

التخصيص الثاني

1- نخصص المهندس الثالث للمشروع
2- نخصص المهندس الثاني للمشروع
3- نخصص المهندس الاول للمشروع
4- نخصص المهندس الرابع للمشروع

Max Z= 16+15+0+14 = 45

الحالة هي تعدد الحلول المثلى نلاحظ هنا ان قيمة دالة الهدف هي نفس القيمة في كلا التخصيصين.