تمهيد: تعريف: الموجة هي إضطراب ينتشر بسرعة v سرعة الانتشار

وهناك نوعين أساسين:

أمواج ميكانيكية: وتنتج عندما نحدث اضطراب في الوسط المادي المرن

مثلاً: حبل يهتز - موجة على سطح سائل - الصوت لكي تنتشر هذه

الموجة تحتاج إلى وسط مادي تنتقل فيه.

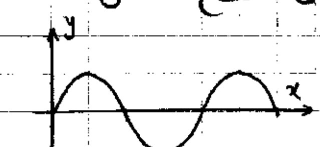
الأمواج الكهرومغناطيسية: وهي لا تحتاج إلى وسط مادي لتنتقل فيه لأنها

ناتجة عن تذبذب حقلين متعامدين أحدهما كهربائي والآخر مغناطيسي

I - الأمواج الميكانيكية: منها نوعين: عرضية - طولية

1- الأمواج العرضية: يكون إتجاه إزاحة الوسط المادي عمودي على اتجاه

انتشار الموجة مثلا: موجة أو اضطراب في حبل - موجة على سطح سائل



2- الأمواج الطولية: تكون إتجاه إزاحة الوسط المادي

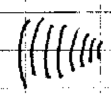
في إتجاه الانتشار للموجة

(انتقال المادة) $y \perp \vec{v}$ (إتجاه انتشار الموجة)

مثال: نابض طويل مرن إذا أثرنا على أحد طرفيه

بسرعة إبتدائية نلاحظ أن هذا الاضطراب ينتقل خلال كل النابض

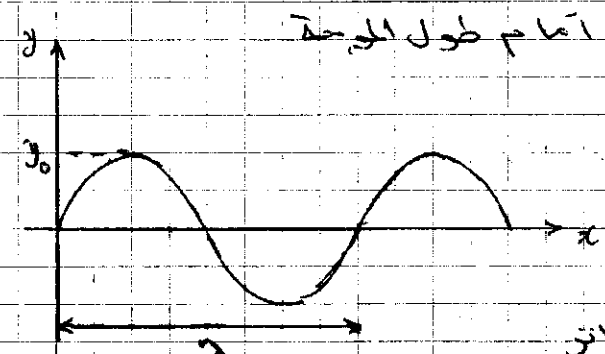
الأمواج الصوتية:



* الإنتشار الحر للأمواج العرضية:

ليكن لدينا حبل كتلته الخطية ρ وطوله L. نحدث فيه إضطراب نفرض أن

توتره يبقى ثابت ومقدار الإزاحة صغيرة أمام طول الموجة



λ = طول الموجة

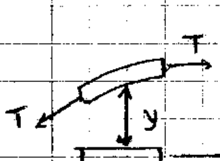
v: سرعة الانتشار $\qquad \lambda = vT$

T: الدور $\qquad \lambda = \frac{2\pi}{w} v$

w: النبض $\qquad w = 2\pi f \quad \therefore \quad \frac{1}{T} = f$: التواتر

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ العدد الموجي $\qquad k = \frac{w}{v}$

$\therefore$ شعاع الموجة $k\vec{u}$ ($\vec{u}$: شعاع وحدة يعين إتجاه الانتشار



المعادلة الموجية (معادلة الانتشار)

$\partial m = \rho\, dx \qquad \sum \vec{F_i} = \partial m \cdot \ddot{y} = \partial m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

$\sin \alpha \simeq tg\, \alpha \qquad \sin \beta \simeq tg\, \beta \qquad T \sin \alpha + T \sin \beta = \rho\, \partial x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

$T(tg\beta - tg\alpha) = \rho\, dx \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ $\quad tg\alpha, tg\beta$ ميل المنحنى

$tg\alpha = \left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_1 , \; tg\beta = \left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_2 \Rightarrow T\left[\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_2 - \left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)_1\right] = \rho\, dx \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

$\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \dfrac{T}{\rho}\left[\dfrac{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_2 - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_1}{\partial x}\right] \Rightarrow \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \dfrac{T}{\rho}\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

$\left[\dfrac{T}{\rho}\right] = \left[\dfrac{Kg\, m/s^2}{Kg/m}\right] = \left[\dfrac{m^2}{s^2}\right] = \left[\left(\dfrac{m}{s}\right)^2\right]$ نلاحظ أن وحدة $\dfrac{T}{\rho}$ هي وحدة مربع السرعة

$\dfrac{T}{\rho} = v^2 \quad v$: سرعة إنتشار الموجة

$v = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

$\boxed{\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$ المعادلة الموجية (معادلة الانتشار)

يكون حل هذه المعادلة من الشكل: $y(x,t) = f\left(t \pm \dfrac{x}{v}\right)$

التحقيق: $u = T \pm \dfrac{x}{v} \qquad \dfrac{\partial y}{\partial t} = \dfrac{\partial f}{\partial t} = ? \qquad f\left(t \pm \dfrac{x}{v}\right) = f(u)$

$\dfrac{\partial f(u)}{\partial t} = \dfrac{\partial f(u)}{\partial u}\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial f}{\partial u} \qquad \dfrac{\partial^2 f(u)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial f}{\partial u}\right) = \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial f}{\partial u}\right)\cdot\dfrac{\partial u}{\partial t}$

$\dfrac{\partial^2 f(u)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial u^2} , \quad \dfrac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial f(u)}{\partial x} = \dfrac{\partial f(u)}{\partial u}\cdot\dfrac{\partial u}{\partial x} = \pm\dfrac{1}{v}\dfrac{\partial f(u)}{\partial u}$

$\dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \pm\dfrac{1}{v}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f(u)}{\partial u}\right) = \pm\dfrac{1}{v}\dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{\partial f(u)}{\partial u}\right)\dfrac{\partial u}{\partial x}$

$\boxed{\dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}}$

يكون حل المعادلة من الشكل $y(x,t) = f\left(t - \dfrac{x}{v}\right) + g\left(t + \dfrac{x}{v}\right)$

f : معادلة موجة تنتشر في الاتجاه الموجب g : معادلة موجة تنتشر في الاتجاه الموجب

مثال: $y = A\cos w\left(t - \dfrac{x}{v}\right) = A\cos\left(wt - \dfrac{wx}{v}\right)$ $\quad \dfrac{\partial y}{\partial t}$ = سرعة انتقال أجزاء الحبل شاقوليا

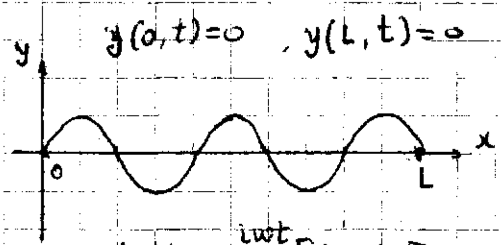
$\dfrac{\partial y}{\partial t} = -Aw\sin\left(wt - \dfrac{w}{v}x\right) , \quad \dfrac{\partial y}{\partial t} = \dfrac{\partial y}{\partial x}\left(\dfrac{\partial x}{\partial t}\right)$

$\dfrac{\partial y}{\partial x} = A\dfrac{w}{v}\sin\left(wt - \dfrac{w}{v}x\right) , \quad \dfrac{\partial x}{\partial t} = \dfrac{(\partial y/\partial t)}{(\partial y/\partial x)} = v_{ph}$

v_{ph} : سرعة الطور (phase) (و لا تمثل انزياح الحبل

تتعلق بالخصائص الفيزيائية للحبل

أنماط التذبذبات لحبل مثبت من نهايتيه $\quad y(0,t) = 0 , \; y(L,t) = 0$



$y = A_1 e^{iw\left(t - \frac{x}{v}\right)} + A_2 e^{iw\left(t + \frac{x}{v}\right)}$

$y(x,t) = e^{iwt}\left(A_1 e^{-ikx} + A_2 e^{ikx}\right)$

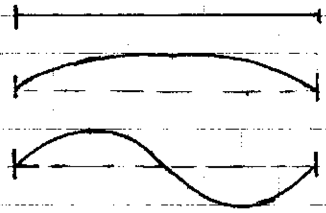
$y(0,t) = e^{iwt}[A_1 + A_2] = 0 \Rightarrow A_1 = -A_2 = A$

$y(x,t) = A e^{iwt}\left[e^{-ikx} - e^{ikx}\right] , \quad y(x,t) = -2i e^{iwt}\sin kx$

$y(L,t) = 0 = -2iAe^{iwt}\sin kL = 0 \Rightarrow \sin kL = 0 \Rightarrow kL = n\pi$

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} , \quad \dfrac{2\pi}{\lambda}L = n\pi , \quad \lambda = \dfrac{2L}{n} , \quad L = n\left(\dfrac{\lambda}{2}\right)$

نلاحظ أن طول الحبل = عدد صحيح من أنصاف الموجة .



الأنماط : $n = 0$ ← حالة سكون

$n = 1$ ← (k_1, w_1)

$n = 2$ ← (k_2, w_2)

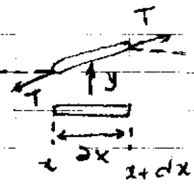
11 مارس 1997

* الانتشار القسري للأمواج العرضية في وتر :

مثال 1 : بتأثير قوة موزعة بانتظام على الوتر $F = f L e^{iwt}$ ، وكتلة الخطية $= \rho$

ندرس عنصر ∂x $\quad F = f_0 \partial x e^{iwt}$ (القوة الخارجية

المؤثرة في طول العنصر ∂x]



$$\sum \vec{F_i} = \partial m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$f(t) - T\sin\alpha + T\sin\beta = \rho\, \partial x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$T(\sin\beta - \sin\alpha) + f(t,x) = \rho\, \partial x \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\alpha, \beta \ll \Rightarrow \sin\alpha \simeq tg\,\alpha = \frac{\partial y}{\partial x}\Big|_x \qquad \sin\beta \simeq tg\,\beta = \frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x+\partial x}$$

$$T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x+dx} - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_x\right] + f(t)\partial x = \rho\, \partial x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$T\left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right] + f(t) = \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{T}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} f(t)$$

معادلة الانتشار للاهتزاز القسري $\quad \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \dfrac{f(t)}{\rho}$

* حل هذه المعادلة يكون من الشكل التالي : $\quad y(x,t) = y_c(x,t) + y_p(x,t)$

$$y_c(x,t) = f\left(t + \frac{x}{v}\right) + g\left(t - \frac{x}{v}\right) = T(x) \cdot V(t)$$

$$y_c(x,t) = \left(A \sin\frac{w}{v}x + B\cos\frac{w}{v}x\right)\left(C\cos wt + P\sin wt\right)$$

الحل الدائم $y_p(x,t)$ تحقق المعادلة الانتشارية $\quad y_p(x,t) = X(x)\, e^{iwt}$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -w^2 X(x) e^{iwt} \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = e^{iwt} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$$

بالتعويض في معادلة الانتشار $\quad \cancel{e^{iwt}}\left[-w^2 X(x) - v^2 \dfrac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}\right] = \dfrac{f_0}{\rho} \cancel{e^{iwt}}$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \left(\frac{w}{v}\right)^2 X(x) = -\frac{f_0}{\rho . v^2}$$

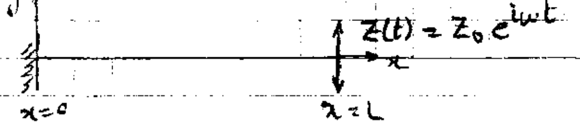
$$X(x) = X_c(x) + X_p(x), \qquad X_c(x) = A\cos\frac{w}{v}x + B\sin\frac{w}{v}x$$

$$X_p(x) = C \Rightarrow \left(\frac{w}{v}\right)^2 C = -\frac{f_0}{\rho . v^2} \Rightarrow C = \frac{f_0}{\rho . v^2} \times \frac{v^2}{w^2} \Rightarrow C = \frac{f_0}{\rho . w^2}$$

$$X(x) = A\cos\frac{w}{v}x + B\sin\frac{w}{v}x - \frac{f_0}{\rho w^2}$$

$$y_p = \left[A\cos\frac{w}{v}x + B\sin\frac{w}{v}x - \frac{f_0}{\rho w^2}\right] e^{iwt}$$

* مثال 2 : الاهتزاز القسري بتأثير أحد طرفي الوتر .



عند $x = L$ ، $y(L,t) = Z(t)$

عند $x = 0$ $\quad y(0,t) = 0$

معادلة الانتشار: ناتجة عن اهتزاز الطرف الثاني L عند (L)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad Y(x,t) = X(x)\, e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = e^{i\omega t} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 X(x)\, e^{i\omega t} \qquad \left[-\omega^2 X(x) - \omega^2 \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}\right] e^{i\omega t} = 0$$

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \left(\frac{\omega}{v}\right)^2 X(x) = 0 \qquad X(x) = A\cos\frac{\omega}{v}x + B\sin\frac{\omega}{v}x$$

بتطبيق الشروط الحدية: $y = (A\cos\frac{\omega}{v}x + B\sin\frac{\omega}{v}x)\, e^{i\omega t}$ ، $y(0,t) = 0$

$$A e^{i\omega t} = 0 \Rightarrow \boxed{A = 0} \qquad y(x,t) = B\sin\frac{\omega}{v}x\, e^{i\omega t}$$

الشرط الحدي الثاني: $y(L,t) = Z_0 e^{i\omega t}$ ، $B\sin\frac{\omega L}{v} e^{i\omega t} = Z_0 e^{i\omega t}$

$$\Rightarrow B = \frac{Z_0}{\sin\frac{\omega L}{v}} \qquad \boxed{y(x,t) = \frac{Z_0}{\sin\frac{\omega L}{v}} \sin\frac{\omega}{v}x\, e^{i\omega t}}$$

حالة الرنين: $\sin\frac{\omega L}{v} \to 0$ ، $\frac{\omega L}{v} = n\pi,\ n \in \mathbb{N}$ $\Leftarrow$ $\boxed{\omega = \frac{n\pi v}{L}}$

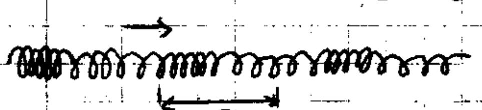
الاهتزاز الحر لوتر: $\lambda = vT = \frac{v\cdot 2\pi}{\omega}$

$$L = \frac{n\lambda}{2} = n\frac{v\cdot 2\pi}{2\cdot\omega} \ ,\quad \omega = \frac{n\pi v}{L}$$

يحدث الرنين عند تطابق النبض الخارجي مع أحد النبضات الذاتية للوتر

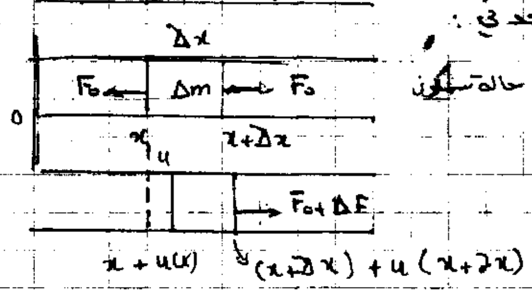
الأمواج الطولية: * تنزاح المادة في جهة انتشار الموجة

مثال: انتشار موجة طولية في نابض



موجة طولية في غاز

مثال ١: دراسة انتشار موجة طولية في قضيب معدني:



u: انزياح المادة

x: إحداثي على طول القضيب

بتطبيق قانون نيوتن: $\sum \vec{F_i} = \Delta m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$

$$F_0 + \Delta F - F_0 = \Delta m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t}$$

إذا كان القضيب ذو مقطع ثابت مساحته S وكتلته الحجمية ρ : $\Delta m = \rho . S . \Delta x$

$$\Delta F = \rho . S . \Delta x \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

تذكير: قانون هوك: $P = E.\varepsilon$ (الضغط)

التغير النسبي في طول القضيب $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

ثابت: E = معامل يونغ YONG يتعلق بطبيعة المعدن وتركيبه

في مثالنا: $P = E.\frac{\partial u}{\partial x}$ $\qquad \partial F = P.S = S.E.\frac{\partial u}{\partial x}$

$$\frac{\partial}{\partial x}.\cancel{S}.E.\frac{\partial u}{\partial x} = \rho.\cancel{S}.\partial x.\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}$$

معادلة الانتشار الحر لموجة طولية

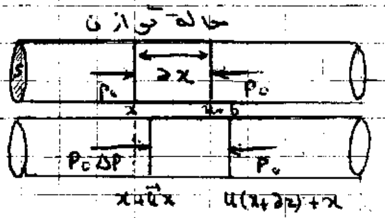
في معدن كتلة الحجمية ρ و معامل يونغ له E

* سرعة الانتشار $v^2=\frac{E}{\rho}$ $\boxed{v=\sqrt{\frac{E}{\rho}}}$

مثال 2: انتشار الأمواج الطولية في مائع قابل للانضغاط:

تعريف معامل الانضغاط لمائع: χ $\chi=-\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$

V: حجم المائع P ضغط المائع



* لنأخذ مقطع في مائع مساحته S وطوله العنصري ∂x

بتطبيق قانون نيوتن $(P+\Delta P)-P_0S=\Delta m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

Δm: كتلة الحجم العنصري ρ: الكتلة الحجمية

لدينا الغاز $\Delta m=\rho S\Delta x$ ، $\Delta PS=\rho S\Delta x\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\Rightarrow \Delta P=\rho\Delta x\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

$\chi=-\frac{\partial V}{V\partial P}\Rightarrow \partial P=-\frac{\partial V}{\chi V}$, $\partial V=-S[u(x+\Delta x)-u(x)]=-S\partial u$

(بسبب الانضغاط) بالتعويض: $\partial p=\frac{S\partial u}{\chi V}=\frac{S\partial u}{\chi S\partial x}$

معادلة الانتشار في مائع $\frac{\partial u}{\chi\partial x}=\rho\partial x\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\frac{1}{\rho\chi}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$

تطبيق ع: سرعة انتشار الأمواج الطولية في المائع. $v^2=\frac{1}{\rho\chi}\Rightarrow v=\frac{1}{\sqrt{\rho\chi}}$

تطبيق: الأمواج الصوتية في الهواء:

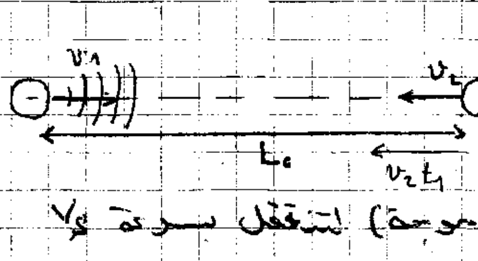
أثناء انتشار الأمواج يكون التحول كظوم $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$ ، $PV^\gamma=c^{te}$

$\frac{d(PV^\gamma)}{dV}=0$ $\frac{\partial P}{\partial V}V^\gamma+\gamma PV^{\gamma-1}=0$ و $\frac{\partial P}{\partial V}V=-\gamma P\Rightarrow \gamma P=-\frac{V\partial P}{\partial V}=\frac{1}{\chi}$

$\chi=\frac{1}{\gamma P}$ $v^2=\frac{\gamma P_0}{\rho}$ $v=\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}=331\ m/s$ عند درجة الحرارة $0°C$

$PV=RT\Rightarrow P_0=\frac{RT}{V}$ $v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\rho V}}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ $\boxed{v=20\sqrt{T}}$

ظاهرة دوبلر في الأمواج الصوتية:



عند اللحظة $t=0$ يصدر المرسل إشارة (موجة) لتنتقل بسرعة V_s

بينما المستقبل يتنقل بسرعة V_2 ، الزمن المستغرق t_1 لتصل الموجة إلى المستقبل

$L_0=V_st_1+V_2t_1=t_1(V_s+V_2)\Rightarrow t_1=\frac{L_0}{V_s+V_2}$

* بعد زمن قدره T_0 (دور الأمواج المرسلة) يرسل المرسل موجة أخرى

ويكون قطع المرسل مسافة v_1T_0 ويكون قد قطع المستقبل مسافة v_2T_0

الزمن المستغرق من طرف الموجة لكي تصل إلى المستقبل

$L=t_2(V_s+V_2)$ $L_0=T_0(V_1+V_2)+L$

$L_0=T_0(V_1+V_2)+t_2(V_s+V_2)\Rightarrow t_2=\frac{L_0}{V_s+V_2}-T_0\frac{V_1+V_2}{V_s+V_2}$

دور الأمواج بالنسبة للمستقبل = الفرق الزمني $t_2 = t_1 - T_0\left(\frac{V_1+V_2}{V_s+V_2}\right)$

بين موجتين متتاليتين والتي يستقبلها $T = (T_0+t_2) - t_1$

$= T_0 + t_1 - t_1 - T_0\left(\frac{V_1+V_2}{V_s+V_2}\right)$ $\quad T = T_0\left[\frac{V_s-V_1}{V_s+V_2}\right]$

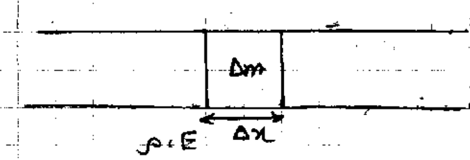
f : تواتر المسجل من طرف المستقبل $\quad T < T_0$

f_0 : تواتر الأمواج بالنسبة للمرسل $\quad f > f_0$

وفي حالة التباعد $\quad T = T_0\left[\frac{V_s+V_1}{V_s-V_2}\right]$ $\quad T > T_0$ $\quad f < f$

يتعلق التواتر المسجل من طرف المستقبل بالسرعة النسبية بين كل من المستقبل والمرسل.

كثافة الطاقة لموجة في معدن :



حساب الطاقة لوحدة الحجم :

طاقة حركية : $\Delta E_C = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)^2$

$\Delta E_C = \frac{1}{2}\rho . S . \Delta x \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)^2$

$\frac{\Delta E_C}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)^2$

الطاقة الكامنة : نسبة طاقة نابض $\quad E_p = \frac{1}{2}K(\Delta x)$, $F = K\Delta x$

القوة التي تجعله عن النابض $\quad F = E.S.\varepsilon$, $\varepsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x}$, $F = E.S.\frac{\Delta u}{\Delta x} = K\Delta u$

$K = \frac{ES}{\Delta x}$, $\Delta E_p = \frac{1}{2}K\Delta u^2 = \frac{1}{2}\frac{ES}{\Delta x}.\Delta u^2 \times \left(\frac{\Delta x}{\Delta x}\right)$

$\Delta E_p = \frac{1}{2}E.S.\Delta x\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta E_p}{\Delta V} = \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$

كثافة الطاقة الميكانيكية $\quad \frac{\Delta E_M}{\Delta V} = \frac{\Delta E_C}{\Delta V} + \frac{\Delta E_P}{\Delta V}$, $\frac{\Delta E_M}{\Delta V} = \frac{1}{2}\left[\rho\cdot\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right)^2 + E\left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right)^2\right]$

في حالة موجة جيبية $\quad u(x,t) = u_0\cos w\left(t - \frac{x}{v}\right)$

u_0 : السعة $\quad w$: النبض $\quad v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (سرعة الانتشار)

$\frac{\Delta E_M}{\Delta V} = \frac{1}{2}\left[\rho u_0^2 w^2 \sin w\left(t-\frac{x}{v}\right) + E.u_0^2.\frac{w^2}{v^2}\sin^2\left(wt - \frac{x}{v}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\rho u_0^2 w^2 + E u_0^2 . w^2 . \frac{\rho}{E}\right]\sin^2\left(t - \frac{x}{v}\right)$

$\frac{\Delta E_M}{\Delta V} = \rho u_0^2 w^2 \sin^2 w\left(t - \frac{x}{v}\right)$

القيمة المتوسطة للطاقة خلال دورة : $\quad \langle E_M\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \rho u_0^2 w^2 \sin^2 w\left(t-\frac{x}{v}\right)dt$

$= \rho u_0^2 w^2 \times \frac{1}{T}\int_0^T \sin^2 w\left(t-\frac{x}{v}\right)dt = \rho u_0^2 w^2 \times \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}\left(1 - \cos 2w\left(t-\frac{x}{v}\right)\right)dt$

$= \frac{1}{2}\rho u_0^2 w^2 - \frac{1}{2}\rho u_0^2 w^2 \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2w\left(t - \frac{x}{v}\right)dt$

$\theta = 2w\left(t - \frac{x}{v}\right) \Rightarrow d\theta = 2w\,dt \Rightarrow dt = \frac{1}{2w}d\theta$

$t = 0 \Rightarrow \theta = -\frac{2wx}{v}$, $t = T \Rightarrow 2wT - \frac{2wx}{v}$

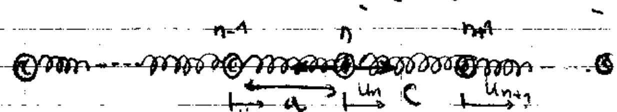
$\frac{1}{2wT}\int_{-\frac{2wx}{v}}^{4\pi - \frac{2wx}{v}} \cos\theta\, d\theta = \frac{1}{2wT}\left[\sin\theta\right]_{-\frac{2wx}{v}}^{4\pi-\frac{2wx}{v}} = \frac{1}{2wT}\left[\sin\left(-\frac{2wx}{v}\right) - \sin\left(-\frac{2wx}{v}\right)\right]$

$$\boxed{\langle E_M \rangle = \frac{1}{2}\rho u_0^2 \omega^2}$$

طاقة الأمواج تتناسب طرداً مع مربع السعة والنبض

أيضا و بطبيعة الحمد

الانتشار الحر للأمواج الطولية في سلسلة خطية من كتل مترابطة:



لتكن سلسلة خطية متكونة من كتل متماثلة m ومرتبطة ببعضها بنوابض متماثلة ثابت مرونتها c والمسافة بينها في حالة التوازن a، تستعمل هذه الدراسة كتقريب لدراسة اهتزاز الشبكات البلورية

$$\sum F_i = m\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} \quad , \quad c[u_{n+1} - u_n] - c[u_n - u_{n-1}] = m\ddot{u}$$

$$c[u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n] = m\ddot{u}_n \qquad \ddot{u}_n = \frac{c}{m}[u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n]$$ المعادلة التفاضلية

ويكون حل هذه المعادلة من الشكل :

$$u(x,t) = Ae^{i\omega(t - \frac{x}{v})} = Ae^{i(\omega t - \frac{\omega}{v}x)}$$

$\frac{\omega}{v} = k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = العدد الموجي $\quad x = na$

$$u_n(x,t) = Ae^{i(\omega t - nak)}$$ علاقة التشتت (التبدد)

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$u_{n+1} = e^{-ika}u_n \quad , \quad u_{n-1} = e^{ika}u_n$$

$$\ddot{u}_n = -\omega^2 u_n \Rightarrow -\omega^2 u_n = u_n \frac{c}{m}[e^{ika} + e^{-ika} - 2]$$

$$\omega^2 = \frac{c}{m}[2 - 2\cos ka] \Rightarrow \omega^2 = \frac{2c}{m}[1 - \cos ka] \Rightarrow \omega^2 = \frac{2c}{m}[2\sin^2\frac{ka}{2}]$$

$$\omega^2 = 4\frac{c}{m}\sin^2\frac{ka}{2} \qquad \omega = 2\sqrt{\frac{c}{m}}\left|\sin\frac{ka}{2}\right|$$ علاقة التشتت

$$\omega = \omega_{max} \Rightarrow \sin\frac{ka}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{ka}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |k| = \frac{\pi}{a}$$

تعريف سرعة الطور والمجموعة:

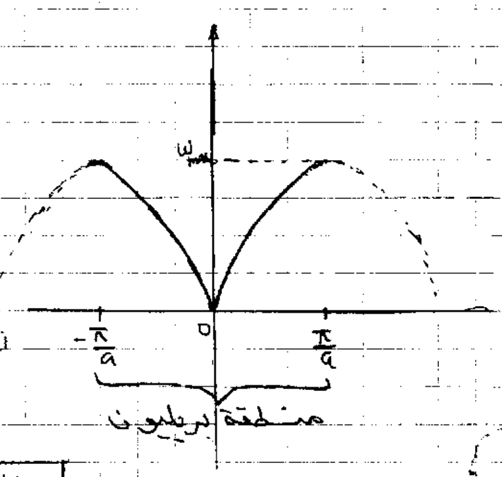
$$v_p = \frac{\omega}{k} = \omega_{max}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}ka}{k}$$

(سرعة الطور = سرعة انتشار)

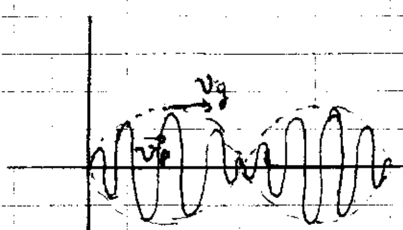
تعريف سرعة المجموعة v_g:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

تعبر عن انتقال الطاقة



$$\boxed{v_g = \omega_{max}\cdot\frac{a}{2}\cdot\left|\cos\frac{ka}{2}\right|}$$



الأمواج الكهرومغناطيسية — 08 أفريل 1997م

مقدمة رياضية : بعض خواص الأشعة والحقول

* ليكن الشعاعين $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ و $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$

* الجداء السلمي : $\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

* الجداء الشعاعي : $\vec{a}\wedge\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$

$$= (a_y b_z - b_y a_z)\vec{i} - (a_x b_z - b_x a_z)\vec{j} + (a_x b_y - b_x a_y)\vec{k}$$

الجداء المضاعف : $\vec{a}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\wedge\vec{a})$

$$\vec{a}\wedge(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$$

المؤثر $\frac{\vec{d}}{dr}$: تعريف التدرج grad : ليكن f حقل سلمي والشعاعين $\vec{E}, \vec{A}$ حقلين شعاعيين ، grad يؤثر على حقل سلمي لينتج شعاع

$$\vec{grad}\, f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

تعريف التفرق $\vec{div}$: يؤثر على شعاع ليصبح عدد سلمي

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k} \quad \left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial r}\right) = div\,\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

مؤثر الدوران rot :

$$rot\,\vec{E} = \left(\frac{\vec{\partial}}{\partial r}\wedge\vec{E}\right) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \qquad rot\, grad\, f = 0$$

$$div\, rot\,\vec{E} = 0$$

مؤثر لابلاس $\nabla = \left(\frac{\vec{\partial}}{\partial r}, \frac{\vec{\partial}}{r}\right)$; $\nabla f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

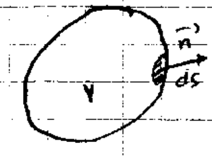
$$rot(rot\,\vec{E}) = grad\, div\, E - \nabla\vec{E}$$

* ليكن شعاع $\vec{B}$ حيث $div\vec{B} = 0$ ⇐ يوجد شعاع $\vec{A}$ حيث $\vec{B} = rot\,\vec{A}$

* " " $\vec{E}$ حيث $rot\,\vec{E} = 0$ ⇐ يوجد حقل سلمي f حيث $\vec{E} = grad\, f$

* نظرية Green_ostrogradsky : $\oint_S \vec{E}\, d\vec{s} = \int_V div\,E\, dv$

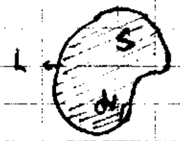
$$d\vec{s} = ds\,\vec{n}$$



$\vec{n}$: شعاع الوحدة والناظم على ds

V : الحجم الموجود داخل السطح S

$$\oint_L \vec{E}\, d\vec{r} = \int_S rot\,\vec{E}\cdot d\vec{s}$$



معادلات ماكسويل Maxwell :

① نظرية قوس Gauss : تعريف الحقل الكهرومغناطيسي

حقل مركب من حقل كهربائي وحقل مغناطيسي مرتبطين

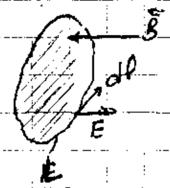
- تدفق حقل كهربائي عبر سطح مغلق S متناسب مع الشحنة الكهربائية

الموجودة داخل هذا السطح $\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Q الشحنة الموجودة داخل هذا السطح من الكثافة الحجمية للشحنة $Q=\int \rho \cdot dv$

$div\, E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ —(1) $\quad \int div\, \vec{E}\, dv = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0} dv \,. \quad \oint \vec{E}\, d\vec{s} = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0} dv$ —(1)

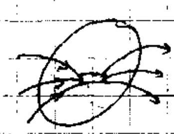
② علاقة هنري - فاراداي Henry - Faraday $\quad \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$



$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l}$ $\quad \boxed{\oint_L E\, d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\cdot ds}$ —(2)

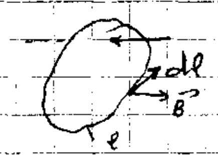
$\int rot\, \vec{E}\, d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\cdot d\vec{s}$ $\quad \boxed{rot\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$ ----(2)

③ - تدفق الحقل المغناطيسي عبر سطح مغلق معدوم :



$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0}$ ---(3) $\quad \boxed{div\, \vec{B} = 0}$

④ علاقة ماكسويل - آمبير Maxwell - Ampère



I : شدة التيار الكهربائي $\quad \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

$J_{total} = \frac{dI}{ds}\vec{n} \quad I = \int \vec{J}_{total}\, d\vec{s}$

J_D : كثافة تيار الانتقال لماكسويل $\quad J_{total} = J + J_D$

$J_D = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ $\quad \boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int (\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})\, d\vec{s}}$ ...(4)

علاقات الوسط : ε_0 : النفاذية في الفراغ (4) $\quad \boxed{rot\, \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}}$

μ_0 : المسامحية في الفراغ $\quad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: نفاذية الوسط (يتعلق بالوسط)

$\mu = \mu_0 \mu_r$: سماحية الوسط .

$\vec{E}$: الحقل الكهربائي $\quad \vec{D}$: شعاع الحث الكهربائي $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

$\vec{B}$: شعاع الحث المغناطيسي $\quad \vec{H}$: شعاع الحقل الكهربائي $\quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

معادلات ماكسويل العامة :

التكاملية	التفاضلية
① $\oint \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho \cdot dv$	$div\, D = \rho$
② $\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\cdot d\vec{s}$	$rot\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
③ $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$	$div\, \vec{B} = 0$
④ $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\, ds$	$rot\, \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

معادلات ماكسويل في الفراغ وغياب الشحنة الكهربائية وكثافة التيار $J=0,\ \rho=0$

$\boxed{①\ div\,\vec{E}=0}$ $\boxed{②\ rot\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$ $\boxed{③\ div\,\vec{B}=0}$ $\boxed{④\ rot\,\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

معادلة انتشار الحقل: الحقل الكهربائي

$$rot\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$rot\,rot\,\vec{E}=-rot\,\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\,rot\,\vec{B}=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$rot\,rot\,\vec{E}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}\Rightarrow grad\,div\,E-\nabla\vec{E}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla\vec{E}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\qquad \boxed{\nabla\vec{E}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}}$$ معادلة موجة

$$\nabla\vec{E}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\qquad v^2=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}=C^2\Rightarrow c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3\times10^8\ m/s$$ وهي سرعة الضوء

الحقل المغناطيسي:

$$rot\,rot\,\vec{B}=rot\,\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}=\mu_0\varepsilon_0\,rot\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\,rot\,\vec{E}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

$$\underbrace{grad\,div\,\vec{B}}_{0}-\nabla\vec{B}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}\Rightarrow\boxed{\nabla\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}}$$

معادلة الانتشار للحقل المغناطيسي الذي سرعته $c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

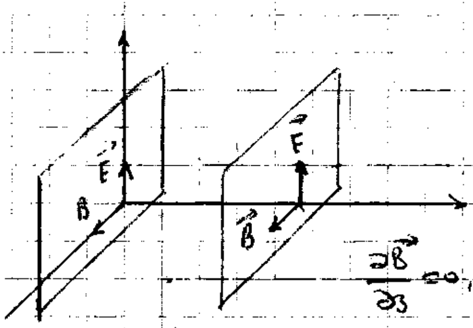
يتميز كل من الحقل المغناطيسي و الكهربائي بنفس السرعة في الفراغ $C=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

في وسط ما: $C=\frac{1}{\sqrt{\mu_r\mu_0\varepsilon_r\varepsilon_0}}$

العلاقة الحقل الكهربائي و المغناطيسي:

تعريف موجة مستوية: هي موجة حيث تكون شدة الحقل الكهربائي و الحقل المغناطيسي ثابتة في مستوى، نسمي هذا المستوى بمستوى الموجة أو جبهة الموجة

كل من الحقل الكهربائي



* لنفرض أن الانتشار يتم في إتجاه محور الفواصل
* كل من الحقل الكهربائي والمغناطيسي يكونا تابعين لكل من (x,t)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}=0,\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial y}=0\quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial y}=0,\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial z}=0$$

معادلتي الانتشار:

$$\begin{cases}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\\ \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial x^2}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=0\end{cases}$$

تطبيقا لمعادلات ماكسويل

$$div\,\vec{E}=0=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0\Rightarrow\frac{\partial E_x}{\partial x}=0$$

$$div\,\vec{B}=0\Rightarrow\frac{\partial B_x}{\partial x}=0\Rightarrow\frac{\partial B_x}{\partial x}=0$$

⇐ كل من $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ واقعين في المستويات الموازية لـ (yoz)

$$rot\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},\quad rot\,\vec{E}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ \frac{\partial}{\partial x}&\frac{\partial}{\partial y}&\frac{\partial}{\partial z}\\ E_x&E_y&E_z\end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) - \vec{j}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{i} + \frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{j} + \frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}\right) = -\vec{j}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} = +\frac{\partial E_z}{\partial x} \quad \ldots \mathrm{I} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \end{cases}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{B} = -\vec{j}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}\right) = \mu_0 \varepsilon_0\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\vec{i} + \frac{\partial E_y}{\partial t}\vec{j} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\vec{k}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \Rightarrow E_x = 0$$

في غياب الحقل الكهربائي الستاتيكي في الفراغ

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial t} = \Rightarrow B_x = 0$$

في غياب الحقل الكهربائي المغناطيسي الساكن ..

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \vec{E} = \vec{E}(x,t) = \vec{E}\left(t - \frac{x}{c}\right), \quad \vec{E} = \vec{E}(u), \quad u = t - \frac{x}{c}$$

$$\vec{B} = \vec{B}(u) \qquad \frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

* من المعادلات I

pritay=?

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial B_y}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial B_y}{\partial u}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E_z}{\partial u}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial u}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial u} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E_z}{\partial u} \qquad \frac{\partial}{\partial u}\left(B_y + \frac{1}{c}E_z\right) = 0 \Rightarrow B_y = -\frac{1}{c}E_z$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial E_y}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial u} = \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial u}, \quad \frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t} \Rightarrow B_z = \frac{1}{c}E_y$$

* الجداء

$$B_x E_x + B_y E_y + B_z E_z = \vec{E}\cdot\vec{B}$$

$$0 + \left(-\frac{1}{c}E_z\right)(E_y) + \left(\frac{1}{c}E_y\right)E_z = 0 \Rightarrow \vec{E}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{B}$$

$$E^2 = E_y^2 + E_z^2 \quad B^2 = B_y^2 + B_z^2 = \frac{1}{c^2}(E_z^2 + E_y^2) \quad B^2 = \frac{1}{c^2}E^2 \Rightarrow \boxed{|B| = \frac{|E|}{c}}$$

* يبرهن على أن كلا من الحقل الكهربائي $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عموديين على إتجاه الانتشار

$$\vec{n} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}$$

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad \vec{E} = \vec{E}\left(t - \frac{\vec{n}\cdot\vec{r}}{c}\right) = \vec{E}(u)$$

$$\vec{B} = \vec{B}\left(t - \frac{\vec{n}\cdot\vec{r}}{c}\right) = \vec{B}(u), \quad u = \left[t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{c}\right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\alpha}{c}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\beta}{c}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\gamma}{c}, \quad \frac{\partial}{\partial \vec{r}} = \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\frac{\partial u}{\partial u}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial u}\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial}{\partial u}\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot\frac{\partial}{\partial u}\vec{k} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial u}\left(\alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k}\right)$$

$$\vec{\nabla} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial u}\vec{n} \qquad \mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

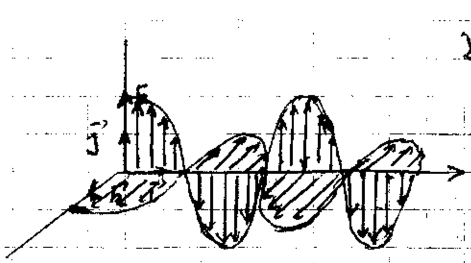
$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial u}\vec{n}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\frac{\partial u}{\partial u} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial u}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial u}\vec{n}\wedge\vec{E} = +\frac{\partial \vec{B}}{\partial u} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{c}\vec{n}\wedge\vec{E} = \vec{B}} \Rightarrow \boxed{\vec{n}\wedge\vec{E} = c\vec{B}}$$

حالة موجة مستوية جيبية: $\vec{E} = E_0\cos(\omega t - \frac{x}{c})\,\vec{j}$ $\quad \vec{E} = E_0 \cos \omega t\,\vec{j}$

إتجاه الانتشار هو محور الفواصل $\vec{B} = B_0\cos(\omega t - \frac{x}{c})\,\vec{k}$ $\quad \vec{B} = B_0\cos\omega t\,\vec{k}$

$\vec{E}$ واقع في المستوى xoy ومركبة في اتجاه y فقط

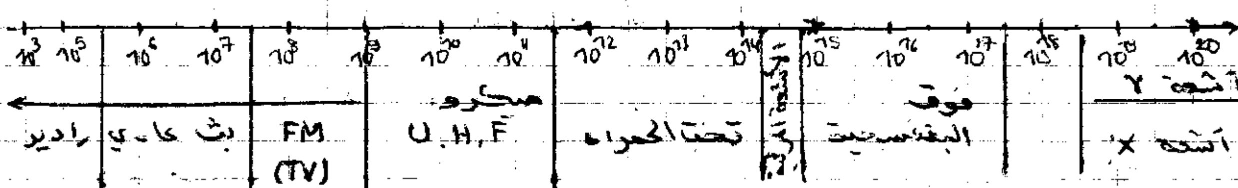


$\vec{B}$ يقع في المستوى $3ox$ ومركبة في إتجاه 3

بعض مميزات الموجة الكهرومغناطيسية:

1) سرعتها في الخلاء هي $c \simeq 3\times10^8\ m/s$

2) $f = \frac{1}{T}$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\lambda}{c}$



انتشار الطاقة الكهرومغناطيسية وشعاع بوينتينغ Poynting

* كثافة الطاقة الناتجة عن حقل كهربائي بالعلاقة: $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

* كثافة الطاقة الناتجة عن الحقل المغناطيسي $w_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

كثافة الطاقة لموجة كهرومغناطيسية $w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \frac{B^2}{\mu_0})$

* كثافة الطاقة لوحدة الزمن:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \varepsilon_0\vec{E}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$= \varepsilon_0\vec{E}\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\,rot\,\vec{B} - \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\,rot\,\vec{E} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\,rot\,\vec{B} - \vec{B}\,rot\,\vec{E})$$

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial t} = \vec{E}\,rot\,\vec{H} - \vec{H}\,rot\,\vec{E}} \qquad div(\vec{A}\wedge\vec{B}) = \vec{B}\,rot\,\vec{A} - \vec{A}\,rot\,\vec{B}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = div(\vec{H}\wedge\vec{E}) = -div(\vec{E}\wedge\vec{H})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -div\,\vec{P} \qquad \vec{P} = \vec{E}\wedge\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\wedge\vec{B}) = c^2\varepsilon_0(\vec{E}\wedge\vec{B})$$

$\vec{P}$: شعاع Poynting وإتجاهه هو إتجاه الانتشار

* حساب الطاقة لوحدة الزمن:

$$\int\frac{\partial w}{\partial t}dv = \frac{\partial}{\partial t}\int_v w\,dv = -\int_v div\,\vec{P}\,dv \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\int w\,dv = -\underbrace{\oint_s \vec{P}\cdot d\vec{s}}$$

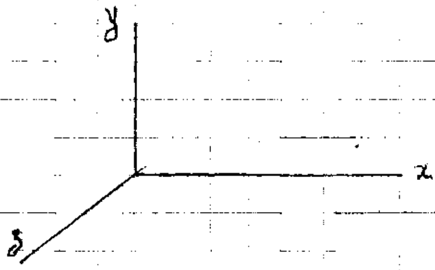
تدفق الطاقة عبر السطح

يعبر شعاع بوينتينغ عن تدفق الطاقة عبر السطح المحاط بالحجم v خلال وحدة الزمن وإتجاهه هو إتجاه الانتشار

الشعاع الموجي $\vec{K}$ $\quad \vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ (إتجاه الانتشار)

$$= \frac{\omega}{c}\vec{n}$$

استقطاب الأمواج المستوية : نعني باستقطاب الأمواج وصف تغير الحقل الكهربائي أو المغناطيسي . لتكن موجة مستوية توافقية تنتشر في اتجاه المحور (ox)



$\vec{E}$ يقع في المستوي yoz $\quad E = E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$

$$E_y = E_{oy}\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right]$$

$$E_z = E_{oz}\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_2\right]$$

فرق الطورين المركبين $\quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

$$E_z = E_{oz}\cos\left[\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right)+\Delta\varphi\right]$$

إيجاد العلاقة بين E_y و E_z

$$\frac{E_y}{E_{oy}} = \cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right] \quad \text{---- (1)}$$

$$\frac{E_z}{E_{oz}} = \cos\left[\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right)+\Delta\varphi\right]$$

$$= \cos\Delta\varphi\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right) - \sin\Delta\varphi\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right] \quad \text{---- (2)}$$

$(1)\times\cos\Delta\varphi - 2$:

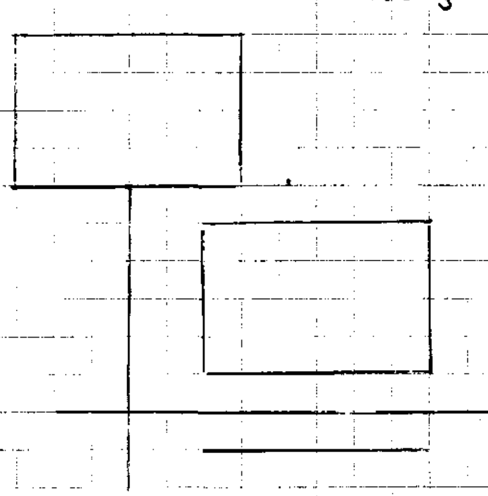
$$\frac{E_y}{E_{oy}}\cos\Delta\varphi - \frac{E_z}{E_{oz}} = \sin\Delta\varphi\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_1\right] \quad \text{---- (3)}$$

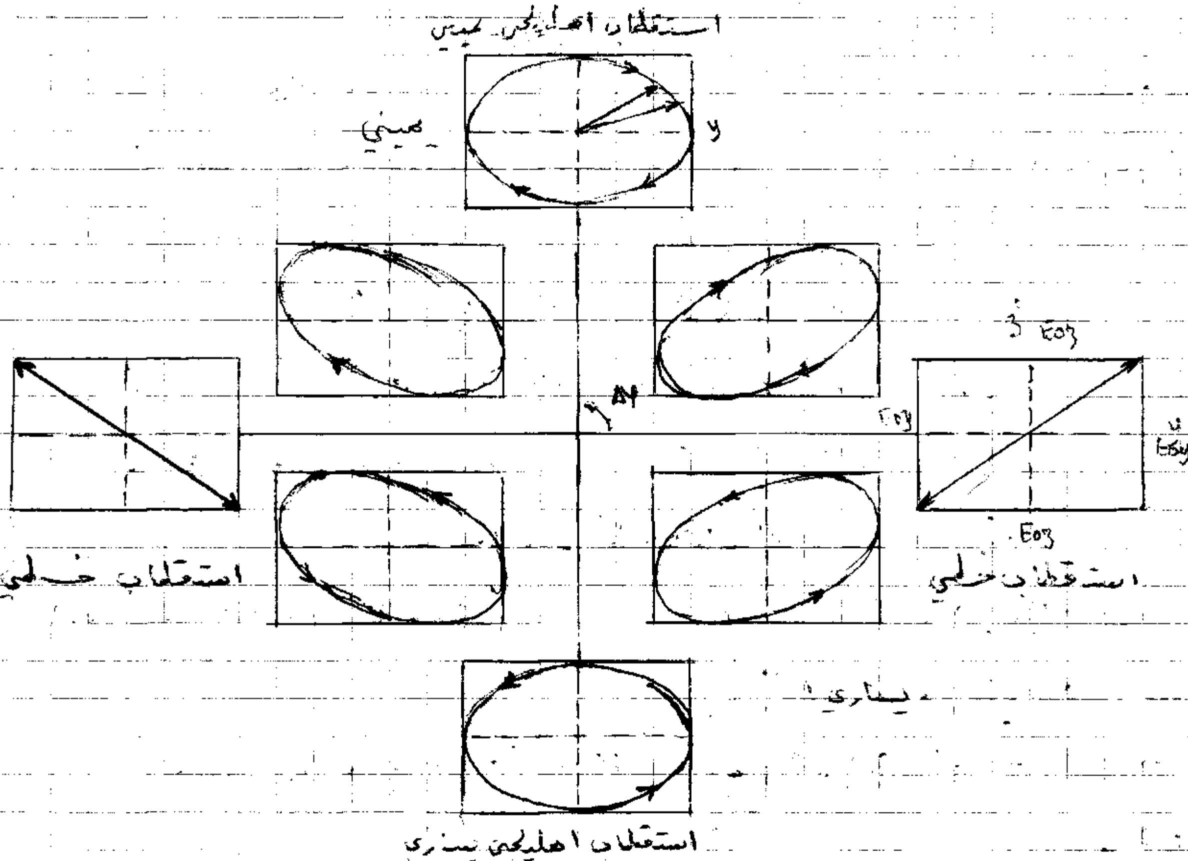
$$\left[\frac{(3)}{\sin\Delta\varphi}\right]^2 + (1)^2 : \quad \frac{E_y^2}{E_{oy}^2} + \frac{1}{\sin^2\Delta\varphi}\left[\frac{E_y}{E_{oy}}\cos\Delta\varphi - \frac{E_z}{E_{oz}}\right]^2 = 1$$

$$\frac{E_y^2}{E_{oy}^2}\sin^2\Delta\varphi + \frac{E_y^2}{E_{oy}^2}\cos^2\Delta\varphi + \frac{E_z^2}{E_{oz}^2} - 2\frac{E_yE_z}{E_{oy}E_{oz}}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi$$

$$\frac{E_y^2}{E_{oy}^2} + \frac{E_z^2}{E_{oz}^2} - 2\frac{E_yE_z}{E_{oy}E_{oz}}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi$$

في الحالة العامة هذه المعادلة هي معادلة قطع ناقص يتعلق شكله بالزاوية $\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi$ فرق الطور بين المركبتين) ويكون هذا القطع الناقص واقعا داخل مستطيل ضلعاه $2E_{oy}$ ، $2E_{oz}$





$\Delta\Psi = 0$: $\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{E_y}{E_{0y}} = \frac{E_z}{E_{0z}} \Rightarrow E_z = \frac{E_{0z}}{E_{0y}} E_y$

$\Delta\Psi = \frac{\pi}{2}$: $\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_z^2}{E_{0z}^2} = 1$

استقطاب اهليلجي يميني و $E_{0z} = E_{0y}$ ← استقطاب دائري)

$\pi = \Delta\Psi$: $\left(\frac{E_y}{E_{0y}} + \frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 = 0 \Rightarrow E_z = -\frac{E_{0z}}{E_{0y}} E_y$

$\Delta\Psi = \frac{3\pi}{2}$: استقطاب اهليلجي يساري $\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_z^2}{E_{0z}^2} = 1$

$0 < \Delta\Psi < \pi$ ← استقطاب يميني

$\pi < \Delta\Psi < 2\pi$ ← 〃 يساري

T.D : PHYSIQUE 3

1996 – 1997

Slimani Med