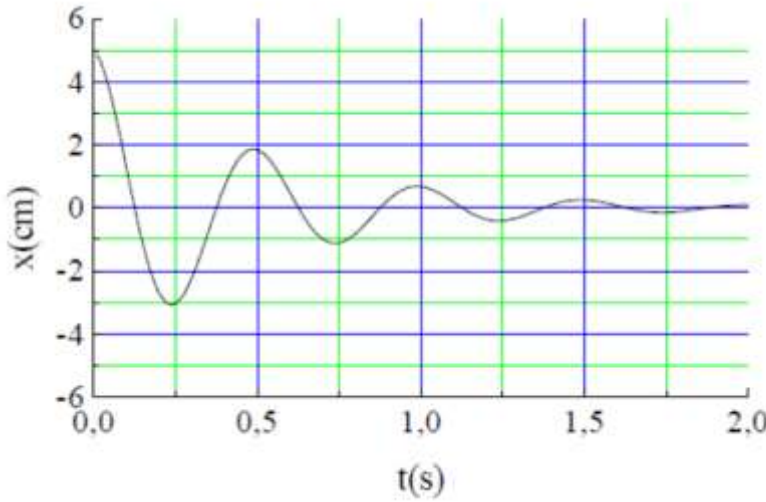


### السلسلة 3 (الإهتزازات الحرة المتخامدة)

ملاحظة: في كل السلسلة نعتبر الإهتزازات صغيرة



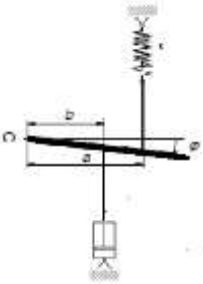
**تمرين 1:** توضع كتلة  $m=25\text{Kg}$  فوق قاعدة مطاطية مهملة الكتلة لتتضغط بـ  $6.1\text{cm}$ . عند سحب الكتلة عن وضع توازنها بـ  $5\text{cm}$  وتترك تهتز حرة وبتسجيل أوضاعها بواسطة جهاز خاص نتحصل على المنحنى المقابل, إذا اعتبرنا الجملة عبارة عن نابض ثابت مرونته  $K$  مع محمد لزوجي بثابت  $\alpha$ .  
المطلوب:

- 1- مثل الشكل الميكانيكي المكافئ؟
- 2- أكتب المعادلة التفاضلية؟ وحلها؟
- 3- أحسب من البيان كل من  $K$  و  $\alpha$ ؟
- 4- تحقق من حساب  $K$  بطريقة أخرى مع أخذ  $g=9.81\text{m/s}^2$ ؟

**تمرين 2:** ليكن لدينا الشكل المقابل حيث الساق قابلة للدوران حول المحور  $O$  وطولها  $L$  وكتلتها  $M$  ومعامل لزوجة المخمد  $\alpha$

1- أكتب المعادلة التفاضلية للحركة (الإهتزازات صغيرة)

2- إذا كانت الحركة المتحصل عليها عبارة عن إهتزازات حرة متخامدة فأكتب عبارة معامل التخميد  $\delta$



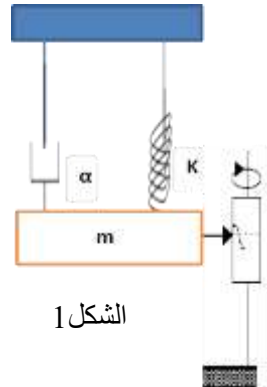
**تمرين 3:** -: ليكن لدينا الجهاز الميكانيكي الممثل في الشكل 1 بحيث  $m=1.2\text{Kg}$  و  $K=200\text{N/m}$  يمكن تسجيل  $x(t)$  بالنسبة لموضع التوازن بواسطة جهاز خاص

I- يملا المخمد بسائل قليل اللزوجة و تراج الكتلة عن وضع توازنها بمقدار  $X_0=5\text{cm}$  وتترك حرة **بدون** سرعة ابتدائية نتحصل على منحنى جيبي متخامد تنقص السعة بـ 30% بعد  $5T_a$  المطلوب:

1- أحسب التناقص اللوغاريتمي؟ والضياح النسبي في الطاقة بين اللحظتين  $t_1=0$  و

$$t_2=5T_a \quad \left( \frac{\Delta E}{E} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} \right)$$

2- إذا اعتبرنا  $T_0=T_a$  فأحسب معامل اللزوجة  $\alpha$ ؟

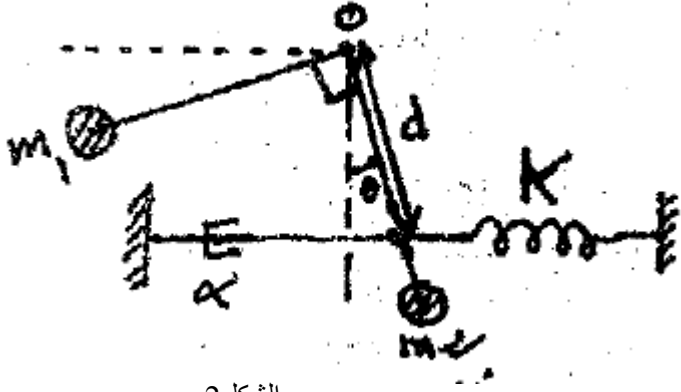


II- غير سائل المخمد ليصبح المنحني المسجل مطابق للنظام الحرج

- 1- أحسب معامل اللزوجة الموافق  $\alpha_c$  ؟
- 2- أوجد موضع الكتلة  $m$  في اللحظتين  $t_1=1T_0$  و  $t=0$  ؟
- 3- أحسب الطاقة الضائعة بين اللحظتين  $t_1=1T_0$  و  $t=0$  ؟ ( ماذا تستنتج ( المقارنة بين الحالة I و II فيما يخص سرعة تخامد الحركة )

### تمارين إضافية

تمرين 4: في الشكل 2 الساقين صلبتين ومهملتي الكتلة والزاوية بينهما قائمة تدوران حول النقطة O وطولهما  $l$



الشكل 2

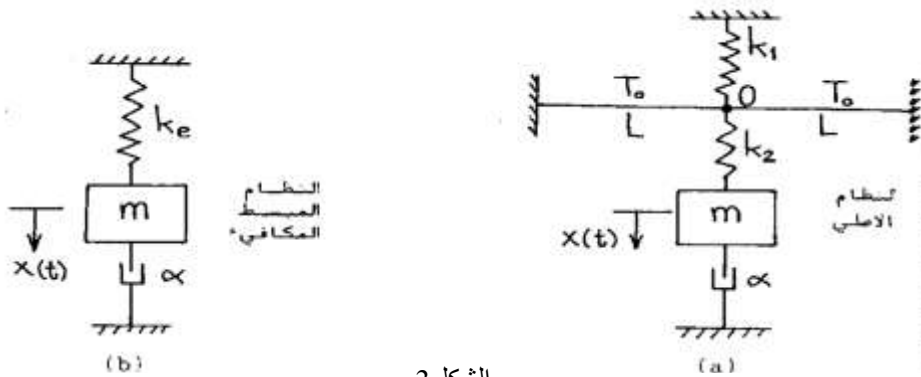
يكون النظام في حالة توازن عند  $\theta = 0$

- 1- أكتب عبارتي كل من  $E_p(\theta)$  و  $E_c(\theta)$  ؟
- 2- من شرط التوازن أستنتج العبارة المختصرة للطاقة الكامنة؟
- 3- أكتب المعادلة التفاضلية للحركة  $\theta(t)$  ؟ ناقش حلها حسب قيم  $\alpha$  ؟

تمرين 5: في الشكل a شدة توتر الخيطين ثابت  $T_0$  أثناء الإهتزاز العمودي للكتلة نختار

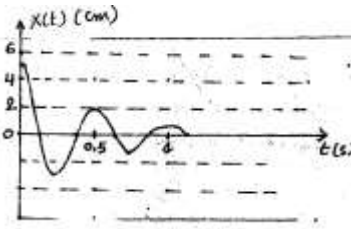
$$K_2 = 2K_1 = 4K, T_0 = KL, \alpha = \sqrt{8Km}$$

- 1- بسط الجملة لتصبح كما في الشكل b وأحسب  $K_e$  ؟
- 2- أكتب عبارة حل المعادلة التفاضلية للحركة؟
- 3- أوجد  $x(t)$  إذا كانا الشرطان الابتدائيان:  $x(0) = A_0, \dot{x}(0) = 0$  ؟



الشكل 3

## مختصر الحلول



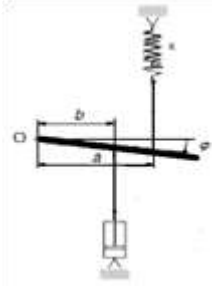
حساب التناقص اللوغاريتمي

$$\theta = \ln D = \ln \left( \frac{A(t)}{A(t+T_a)} \right) = \delta T \Rightarrow \alpha = \frac{2m\theta}{T_a} = 91.6 \text{ Kg / s}$$

حساب K مباشرة

$$K = \frac{P}{\Delta \ell} = 4020 \text{ N / m}$$

أو إنطلاقاً من:  $\omega_a^2 = \omega_0^2 - \delta^2$



$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}} = 0$$

$$L = E_c - E_p = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} K a^2 \varphi^2$$

$$D = \frac{1}{2} \alpha b^2 \dot{\varphi}^2,$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{\alpha b^2}{J} \dot{\varphi} + \frac{K a^2}{J} \varphi$$

$$\delta = \frac{\alpha b^2}{2J}$$

I

$$\frac{A(t)}{A(t+5T_a)} = \frac{A e^{-\delta T_a}}{A e^{-\delta T_a} e^{-5\delta T_a}} = e^{5\delta T_a} = e^{5\theta}$$

$$\Rightarrow 5\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+5T_a)} \Rightarrow \theta = \frac{1}{5} \ln \frac{A(t)}{A(t+5T_a)}$$

$$\theta = \frac{1}{5} \ln \frac{A(0)}{A(5T_a)} = 0.07, A(0) = 5 \text{ cm}, A(5T_a) = 0.7 * 5 = 3.5 \text{ cm}, = 70\% \text{ ..de..} 5 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 0.49 - 1 = -0.51 = 51\%, \dots$$

$$E_1 = E_{p1} = \frac{1}{2} k x_0^2, \dots, E_2 = E_{p2} = \frac{1}{2} k (0.7 x_0)^2, \dots, E_{c1} = E_{c2} = 0$$

$$T_a \approx T_0 \Rightarrow \alpha = 0.345 \text{ Kg / s}$$

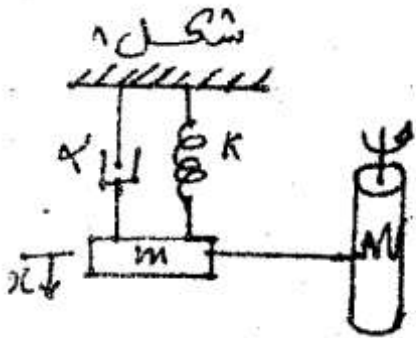
II

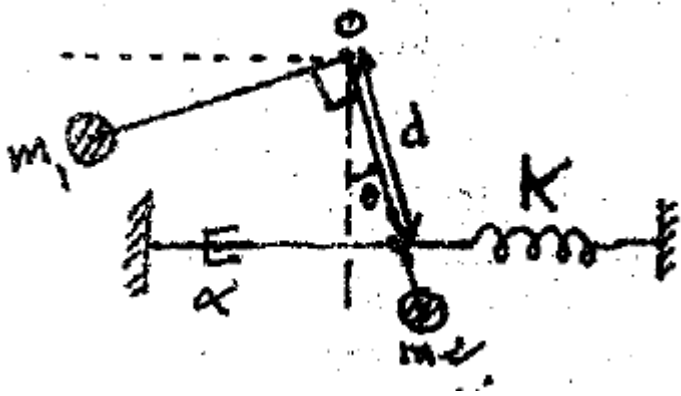
$$\Delta = 0 \mapsto \alpha_c = 30.98 = 31 \text{ Kg / s}$$

$$x(T) = 5.9 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = -0.99 = 99\%$$

نلاحظ زيادة كبيرة في سرعة التخميد





المعادلة التفاضلية

$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha d^2}{(m_1 + m_2)\ell^2} \dot{\theta} + \frac{Kd^2 + m_2 g \ell}{(m_1 + m_2)\ell^2} \theta = 0$$

$$K_e = 2K \Rightarrow \Delta = 0$$

تخامد حرج

1

