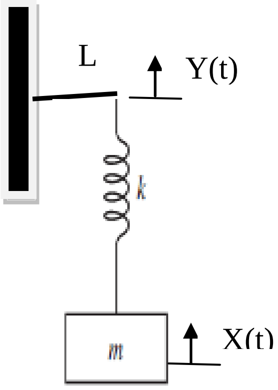
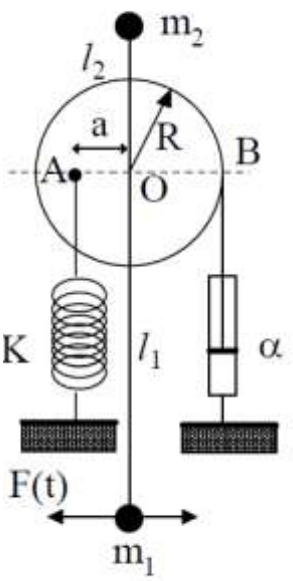
جامعة محمد خيضر بسكرة كلية العلوم الدقيقة...
الأعمال التوجيهية في قسم علوم المادة
مادة فيزياءIII السنة الجامعية 2024/2023

السلسلة4 (ألإهتزازات القسرية ذات درجة حرية واحدة)



تمرين 1: علقت كتلة m بواسطة نابض k طرفه الآخر مرتبط بشفرة (Lame) مرنة تهتز وفق المعادلة التالية $y(t) = A\sin(w_f t)$

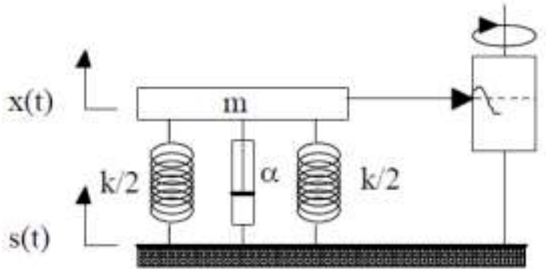
1- أكتب المعادلة التفاضلية للحركة؟
2- أكتب معادلة الحركة ؟ في الحالتين التاليتين:
a- $(w_f \neq w_0)$.
b- حالة الرنين $(w_f = w_0)$
حيث $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$



تمرين 2: يمكن لقرص دائري متجانس كتلته M أن يهتز حول محوره الأفقي 0 كما في الشكل .ثبتت الكتلتين على طرفي الساق المهملة الكتلة ,هذه الأخيرة مثبتة على الأسطوانة (تدور الساق والأسطوانة معا), عند التوازن تكو الساق شاقولية وعبارة $F(t)$ كما يلي: $F(t) = F_0 \cos w_f t$

1- أكتب المعادلة التفاضلية للحركة؟
2- أكتب معادلة الحركة في النظام الدائم ؟
3- أكتب عبارة الممانعة للجملة؟
4- أكتب عبارة معامل الجودة؟

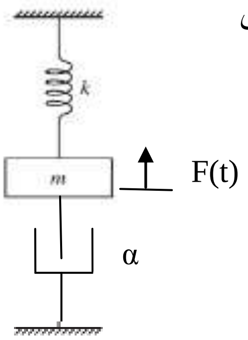
تمرين 3:
يمثل الشكل المقابل مبدأ لجهاز قياس الإهتزازات حيث توصف حركة الحامل ب $S(t)$ بينما تعبر $x(t)$ عن حركة الكتلة m. ندرس حالة الحركات الجيبية للحامل التي تكون من الشكل $S(t) = S_0 \cos w_f t$ بأخذ المبدأ هو وضع التوازن.



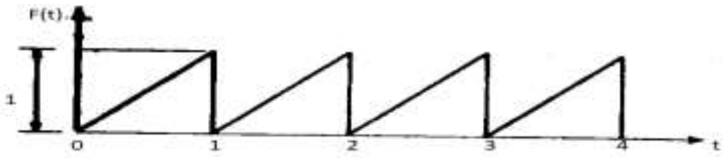
1- أكتب دالة لاقرانج للجملة؟ وأكتب المعادلة التفاضلية لحركة الكتلة بدلالة $y(t)$ و t, حيث $y(t) = x(t) - s(t)$ ؟
2- أوجد الحل (النظام الدائم) ؟ $y(t) = ?$ ؟
3- في حالة $k \ll$ ⇐ $w_0 \ll w$ فأكتب عبارة $y(t)$ ؟
بين أنه في هذه الحالة من السهولة تعيين s_0 (سعة إهتزاز الحامل) أي انه تم إنجاز مقياس سعة الإهتزاز

4- في حالة $w_0 \gg w \Leftarrow k \gg$ فأكتب عبارة $y(t)$ ؟
بين أنه في هذه الحالة من السهولة تعيين تسارع الحامل , أي انه تم إنجاز مقياس التسارع .

<u>تمارين إضافية:</u>



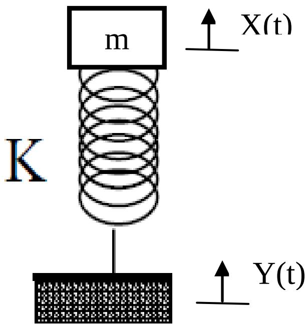
تمرين 4: في الجملة المقابلة يعطى شكل $F(t)$ المؤثر على الجملة كما في الشكل



إذاعلمت أن عبارة هذه القوة حسب تحليل فورييه (Fourier) تعطى كمايلي:

$$F(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin(nwt)$$

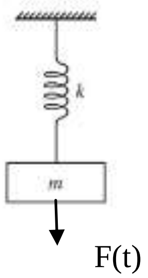
1- أكتب المعادلة التفاضلية؟
2- أكتب معادلة الحركة مبينا عبارة سعة الحركة وكذا عبارة الطور؟



تمرين5: -:توضع كتلة m فوق نابض ثابت مرونته k المتصل بمسند متحرك وفق المعادلة التالية

$$y(t) = A\sin(w_f t)$$

أوجد المعادلة التفاضلية للحركة ثم معادلة الحركة $x(t) = ?$ ؟



تمرين6 :أوجد السعة النهائية لإهتزازات جملة متكونة من كتلة m ونابض ذو ثابت مرونة k تؤثر فيها قوة إثارة $F(t)$ المعرفة كما يلي:
علما أن الجملة كانت في حالة التوازن قبل $t = 0$

$$F(t) = \begin{cases} 0 \to t \prec 0 \\ \frac{F_0}{T}t \to 0 \prec t \prec T \\ F_0 \to T \prec t \end{cases}$$

مختصر الحلول: **ملا حظة:**

- في الحلول نهتم بالحل الخاص (الدائم permanent) إلا إذا طلب غير ذلك
- في حالة وجود دالة جيبية في الطرف 2 من المعادلة التفاضلية يستحن إستعمال الأعداد المركبة في إختيار X_P حيث $X_P = ...e^{w_f t}$ لأنه هذه الطريقة المستعملة في الدرس

التمرين1

$$m\ddot{x} + kx = ky$$

$$x = x_g + x_p$$

$$x_p = \frac{Aw_0^2}{w_0^2 - w^2}\sin w_F t$$

حالة الرنين

$$x = \frac{A}{2}\left[\sin w_0 t - t w_0 \cos w_0 t\right]$$

التمرين2 :

هناك عدة طرق للحل أقترح طريقة لاغرانج

$$*\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = F_\theta$$

$$*F_\theta = \vec{F}.\frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = F(t)\ell_1$$

$$*D = \frac{1}{2}\alpha v^2 = \frac{1}{2}\alpha (R\dot{\theta})^2$$

ن ج د

$$\ddot{\theta} + \frac{\alpha R^2}{J}\dot{\theta} + \frac{Ka^2 + m_1 g\ell_1 - m_2 g\ell_2}{J} = \frac{F(t).\ell_1}{J}$$

$$\delta = \frac{\alpha R^2}{2J} .... w_0^2 = \frac{Ka^2 + m_1 g\ell_1 - m_2 g\ell_2}{J}$$

$$\theta(t) = A\cos(w_F t + \varphi)$$

$$A = \frac{F_0.\ell_1}{J.\sqrt{(w_0^2 - w_F^2)^2 + 4\delta^2 w_F^2}} ......\cos(\varphi) = \frac{w_0^2 - w_F^2}{\sqrt{(w_0^2 - w_F^2)^2 + 4\delta^2 w_F^2}}$$

التمرين 3

بتطبيق طريقة لاغرانج أو أي طريقة في غياب قوى خارجية نتحصل على المعادلة التفاضلية التالية

$$m\ddot{x} + k(x - s) + \alpha(\dot{x} - \dot{s}) = 0$$

بإضافة الحد $-m\ddot{s}$ إلى طرفي المعادلة نتحصل عل المعادلة التفاضلية

$$\ddot{y}+\delta\dot{y}+\omega_0^2 y = s_0 w_F^2 e^{i\omega_F t} = s_0 w_F^2 e^{i(\omega_F t)}$$

حل هذه المعادلة من الشكل

حيث $y_p = A(w_F)e^{i(w_F t+\varphi)}$

سعة اهتزاز الحامل (الأرض) $k \prec\prec ..... \Rightarrow ..... \lim\limits_{w_F \to \infty} A(w_F) = s_0$

يمثل سعة تسارع الحامل $(s_0 w_F^2)$ حيث الحد $k \succ\succ ...... \Rightarrow ...... \lim\limits_{w_F \prec\prec w_0} A(w_F) = \frac{1}{w_0^2}(s_0 w_F^2)$

التمرين 4

ملاحظة : على الطالب الإطلاع على العبارة النظرية لتحليل فورييه

المعادلة التفاضلية:

نكتب المعادلة التفاضلية ثم نختار x_p , من المستحسن إستعمال الأعداد المركبة لربح الوقت , وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد الثوابت

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+w_0^2 x = \frac{1}{2m} - \frac{1}{\pi m}\sum_1^{\infty}\frac{1}{n}\sin(nwt)$$

$$x_p = A_0 + \sum_1^{\infty} b_n \sin(nwt) \equiv A_0 + \sum_1^{\infty} b_n e^{inwt} = A_0 + \sum_1^{\infty} |b_n| e^{i(nwt+\varphi_n)} \equiv A_0 + \sum_1^{\infty} |b_n| \sin(nwt+\varphi_n)$$

$$A_0 = \frac{1}{2mw_0^2}$$

$$b_n = \frac{-1}{nm\pi\left[(w_0^2 - n^2w^2) + 2i\delta nw\ \right]}$$

$$|b_n| = \frac{1}{nm\pi\sqrt{(w_0^2-n^2w^2)^2+4\delta^2 n^2 w^2}}$$

$$\cos(\varphi_n) = \frac{-(w_0^2-n^2w^2)}{\sqrt{(w_0^2-n^2w^2)^2+4\delta^2 n^2 w^2}}$$

$$\sin(\varphi_n) = \frac{2\delta nw}{\sqrt{(w_0^2-n^2w^2)^2+4\delta^2 n^2 w^2}} \rangle 0$$

التمرين 5
هو جزء من التمرين 1

التمرين6:
هناك مرحلتين حيث الشروط الإبتدائية للمرحلة الثانية هي الشروط النهائية للمرحلة الإبتدائية

$$X_I(t)=\frac{F_0}{mTw_0^2}\left[t-\frac{1}{w_0}\sin(w_0t)\right]$$

$$X_{II}(t)=A\cos(w_0t+\varphi)+\frac{F_0}{mw_0}$$

$$X_{II}(0)=X_I(T)$$

$$\dot{X}_{II}(0)=\dot{X}_I(T)$$

$$A=\frac{2F_0}{mw_0^3\,T}\sin({}^{w_0t}\!/_{2})$$