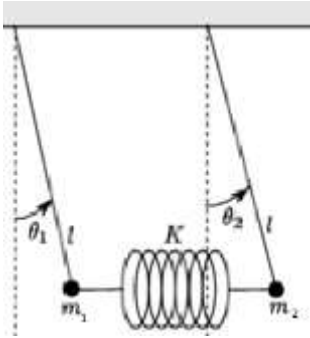


السلسلة 5 (الإهتزازات ذات درجتين حرة)

تمرين 1:

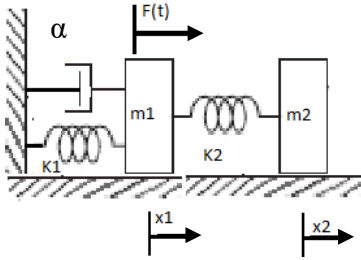
لتكن الجملة المقابلة المتكونة من نواسين كما في الشكل , إذا علمت ان موضع التوازن عندما يكونا النواسان شاقوليان $\theta_1 = \theta_2 = 0$ والإهتزازات صغيرة



- 1- أكتب كل من عبارتي الطاقة الحركية والكامنة للجملة
 - 2- بإستعمال طريقة لاغرانج (Lagrange) أكتب المعادلتين التفاضليتين للحركة ؟
 - 3- أكتب عبارة معامل الترابط .
 - 4- فيما تبقى من التمرين نفرض أن $m_1 = m_2 = m$. أوجد النبضيين الذاتيين للجملة
 - 5- أوجد نمطي (modes) الحركة مع التوضيح بالرسم
 - 6- أوجد عبارة $\theta_1(t)$ و $\theta_2(t)$ إذا علمت أن $\theta_1(0) = \theta_0, \dots, \theta_2(0) = 0$
 $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$
- ما هي الظاهرة المتحصل عليها

تمرين 2:

في الشكل المقابل تؤثر على الكتلة m_1 قوة جيبية من الشكل $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$



- 1- أكتب المعادلتين التفاضليتين للحركة؟
- 2- أكتب المعادلتين السابقتين بدلالة $\dot{x}_1(t)$ و $\dot{x}_2(t)$ في النظام الدائم ؟
- 3- بحساب النسبة $\dot{x}_1(t)/\dot{x}_2(t)$ (باستعمال الأعداد المركبة) بين انه حركة الكتلتين تكون إما على التعاكس او التوافق فقط , مبينا المجال الذي تكون فيه على التوافق والمجال الذي تكون فيه على التعاكس؟
ناقش الحالة الخاصة: $\omega = \sqrt{K_2/m_2}$

4- أرسم الدارة الكهربائية المكافئة مع إعطاء بدقة الموافقة بين العناصر الكهربائية والميكانيكية؟

5- أوجد الممانعة الميكانيكية للجملة وناقش الحالة الخاصة: $\omega = \sqrt{K_2/m_2}$ ؟

تمرين 2

المعادلات

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + \alpha \dot{x}_1 + \kappa_1 x_1 + \kappa_2 (x_1 - x_2) = F(t) & (1) \\ m_2 \ddot{x}_2 + \kappa_2 (x_2 - x_1) = 0 & (2) \end{cases}$$

معادلات الحركة

$$\begin{cases} [i(m_1 \omega - \frac{\kappa_1}{\omega}) + \alpha] \dot{x}_1 - \frac{\kappa_2}{\omega} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F(t) \\ m_2 \omega \dot{x}_2 - \frac{\kappa_2}{\omega} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{cases}$$

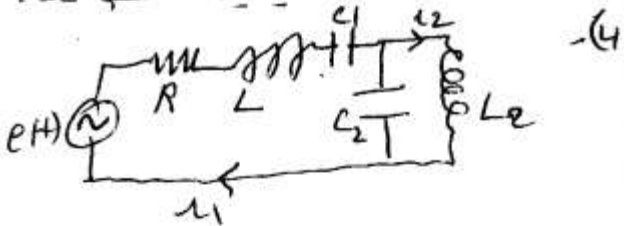
$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{m_2 \omega^2 - 1}{\kappa_2} = \text{عدد حقيقي} \quad (3)$$

نرى الطور إما 0 أو π حسب إشارة $\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2}$

$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} > 0 \Rightarrow \varphi = 0, \quad \frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} < 0 \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa_2}{m}} \Rightarrow \dot{x}_1 = 0 \text{ (لا تتحرك)}$$

في الحالة العامة الميكانيكية $\omega \rightarrow \infty$



$$Z_m = \frac{F(t)}{\dot{x}_1}, \dots \quad (5)$$

في حالة $\omega = \sqrt{\frac{\kappa_2}{m}}$

$$\Rightarrow Z_m \rightarrow \infty$$

ملخص الحلول

$$E_c = \frac{1}{2} \rho^2 (m_1 \dot{\varphi}_1^2 + m_2 \dot{\varphi}_2^2) \quad (1)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \kappa \rho^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 - g \rho (m_1 L \cos \varphi_1 + m_2 L \cos \varphi_2)$$

$$m_1 \rho \ddot{\varphi}_1 + (\kappa \rho + m_1 g) \varphi_1 - \kappa \rho \varphi_2 = 0 \quad (2)$$

$$m_2 \rho \ddot{\varphi}_2 + (\kappa \rho + m_2 g) \varphi_2 - \kappa \rho \varphi_1 = 0$$

نفس الترابط مروني

$$\Gamma = \kappa L / \sqrt{(\kappa \rho + m_1 g)(\kappa \rho + m_2 g)}$$

4 - تعداد كتابة م. ب.

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \omega_0^2 \varphi_1 - \Gamma \omega_0^2 \varphi_2 = 0 \\ \ddot{\varphi}_2 + \omega_0^2 \varphi_2 - \Gamma \omega_0^2 \varphi_1 = 0 \end{cases} \quad \omega_0^2 = \frac{\kappa \rho + m g}{m \rho}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 = \omega_0^2 (1 - \Gamma) \\ \omega_2^2 = \omega_0^2 (1 + \Gamma) \end{cases}$$

5 - النظم :

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = B_1 \rho \cos \omega_1 t$$

$$\omega = \omega_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2 = B_2 \rho \cos \omega_2 t$$

6 - عبارتي φ_1 و φ_2 :

$$\varphi_1 = B_1 \cos \omega_1 t + B_2 \cos \omega_2 t$$

$$\varphi_2 = B_1 \cos \omega_1 t - B_2 \cos \omega_2 t$$

بالفرض في سن، يا

$$\varphi_1 = \varphi_0 \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t$$