

Interrogation 1 (01h30)

Soit (X_1, \dots, X_{35}) un échantillon d'une population X normale centrée de variance σ^2 .
On s'intéresse à tester les deux hypothèses suivantes:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 \geq 4 \\ H_1 : \sigma^2 < 4 \end{cases} .$$

- 1- Montrer que le rapport de vraisemblance associé à l'échantillon ci-dessus est décroissant par rapport à une statistique $t = t(x_1, \dots, x_{35})$ qu'on demande à la déterminer.
- 2- Construire le test uniformément le plus puissant, au niveau de signification $\alpha = 0.05$, associé à cette statistique.
- 3- Déterminer le risque du premier espèce et le risque de deuxième espèce.
4. Déterminer la dimension de ce test.
5. Tracer le graphe de la fonction puissance.

Remarque: $\mathbf{E}[Z] = 0 = \mathbf{E}[Z^3]$, $\mathbf{E}[Z^2] = 1$, et $\mathbf{E}[Z^4] = 3$, où $Z \rightsquigarrow N(0, 1)$.