UNIVERSITE Mohamed Khider de Biskra
Département D'Informatique
Module : Programmation linéaire

TD 04

Résoudre le dual des problèmes linéaires suivants à l'aide de la méthode du **dual** simplexe

1) Max $Z(X)= 8x1 + 3x2$

P (Primal)

$$\begin{cases} 5x1 + 3x2 \leq 30 \\ 2x1 + 3x2 \leq 24 \\ x1 + 3x2 \leq 18 \end{cases}$$

où $xi \geq 0$ pour $i = 1; 2$

2) Min $Z(Y) = 14\, y1 + 10y2 + 3y3$

D (Dual)

$$\begin{cases} y1 + 2y2 + y3 \geq 2 \\ 2\, y1 - y2 - y3 \geq 1 \end{cases}$$

Où $yi \geq 0$ pour $i = 1;3$.

UNIVERSITE Mohamed Khider de Biskra
Département D'Informatique
Module : Programmation linéaire

Solution TD 04

Exemple (01) :

P

1) Max $Z(X)= 8x_1 + 3x_2$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases}$$

où $x_i \geq 0$ pour i =1; 2

$\Rightarrow$

D

Min $G(Y) = 30\,y_1 + 24y_2 + 18y_3$

$$\begin{cases} 5y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 8 \\ 3\,y_1 + 3y_2 + 3\,y_3 \geq 3 \end{cases}$$

Où $y_i \geq 0$ pour i =1;3

D'

Min $G(Y) = -\text{Max}(-30\,y_1 - 24y_2 - 18y_3)$

$-5y_1 - 2y_2 - y_3 \leq -8$

$-3y_1 - 3y_2 - 3\,y_3 \leq -3$

Où $y_i \geq 0$ pour i =1;3

$\Rightarrow$

Min $G(Y) = -\text{Max}(-30\,y_1 - 24y_2 - 18y_3)$

$-5y_1 - 2y_2 - y_3 + e_1 = -8$

$-3y_1 - 3y_2 - 3\,y_3 + e_2 = -3$

Où $y_i \geq 0$ pour i =1;3, e_1 ; $e_2 \geq 0$

Itteration01

	y_1	y_2	y_3	e_1	e_2	B	
e_1	-5	-2	-1	1	0	-8	Min ←
e_2	-3	-3	-3	0	1	-3	
	-30	-24	-18	0	0	0	
Min	6 ↑	12	18	--	--		

Itteration02

	y_1	y_2	y_3	e_1	e_2	B
y_1	1	2/5	1/5	-1/5	0	8/5
e_2	0	-9/5	-12/5	-3/5	1	9/5
	0	-12	-12	-6	0	48

Le critère d'arrêt est satisfait ($B \geq 0$), alors :

La solution dual est : y_1 =8/5, y_2 =0, y_3 =0, G(Y)=48.

La solution du Primal est X1= 6, X2= 0, Z(X)=48

Exemple (02) :

D

$$\text{Min } Z(Y) = 14\, y_1 + 10y_2 + 3y_3$$
$$y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 2$$
$$2y_1 - y_2 - y_3 \geq 1$$
$$\text{Où } y_i \geq 0 \text{ pour } i = 1;3$$

$\Rightarrow$

D'

$$\text{Min } Z(Y) = -\text{Max}(-14\, y_1 - 10y_2 - 3y_3)$$
$$-y_1 - 2y_2 - y_3 + e_1 = -2$$
$$-2y_1 + y_2 + y_3 + e_2 = -1$$
$$\text{Où } y_i \geq 0 \text{ pour } i = 1;3,\ e_1 ; e_2 \geq 0$$

	y1	**y2**	**y3**	**e_1**	**e_2**	**B**	
e_1	**-1**	**-2**	**-1**	**1**	**0**	**-2**	←
e_2	**-2**	**1**	**1**	**0**	**1**	**-1**	
	-14	**-10**	**-3** ↑	**0**	**0**	**0**	
min	14	5	3	--	--		

Min

	y1	**y2**	**y3**	**e_1**	**e_2**	**B**	
y_3	**1**	**2**	**1**	**-1**	**0**	**2**	
e2	**-3**	**-1**	**0**	**1**	**1**	**-3**	←
	-11 ↑	**-4**	**0**	**-3**	**0**	**6**	
Min	11/3	4	--	--	--		

	y1	**y2**	**y3**	**e_1**	**e_2**	**B**
y_3	**0**	**5/3**	**1**	**-2/3**	**1/3**	**1**
y_1	**-3**	**-1**	**0**	**1**	**1**	**1**
	0	**-1/3**	**0**	**-20/3**	**-11/3**	**17**

Le critère d'arrêt est satisfait ($B \geq 0$), alors :

La solution dual est : $\mathbf{y_1} = 1$, $\mathbf{y_2} = 0$, $\mathbf{y_3} = 1$, $Z(Y) = 17$.

La solution du Primal est $X1 = 20/3$, $X2 = 11/3$, $Z(X) = 17$.