جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية LMD-SEGC
السنــة الأولــى

سلسلة التمــارين رقم 07 في الإحصــاء الوصفي
مقــاييس الـشكل

التمرين الأول:

أدرس شكل التوزيع التكراري الآتي باستخدام معاملات "بيرسون" للالتواء و التفلطح:

الفئة	2 – 0	4 – 2	6 – 4	8 – 6	10 – 8	المجموع
التكرار	6	8	10	8	6	**38**

التمرين الثاني:

يبين الجدول رقم 01 التوزيع التكراري للأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى الورشات، بينما يبين الجدول رقم 02 التوزيع التكراري للأجر الساعي لخمس وستين عاملا في إحدى الشركات.

الجدول رقم01 (دج)

الفئــات	n_i
29 – 25	5
34 – 30	8
39 – 35	10
44 – 40	13
49 – 45	8
54 – 50	6
المجموع	**50**

الجدول رقم02: (دج)

الفئــات	n_i
59.99 – 50.00	8
69.99 – 60.00	10
79.99 – 70.00	16
89.99 – 80.00	14
99.99 – 90.00	10
109.99 – 100.00	5
119.99 – 110.00	2
المجموع	**65**

المطلوب:

1. لكلا التوزيعين:
   - أ- احسب كلاًّ من الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال.
   - ب- استنتج شكل المنحنى التكراري من حيث الالتواء.
2. باستخدام معاملي فيشر:
   - أ. حدد شكل منحنى التوزيعين من حيث الالتواءُ والتفلطحُ.
   - ب. هل تتفق نتيجة F_1 للالتواء مع نتيجة السؤال الأول ؟
   - ج. قارن بين شكلي التوزيعين من حيث التفلطحُ.

التمرين الثالث:

يبين الجدول التالي توزيع الدخل الشهري لتسعين عاملا في إحدى الشركات (الوحدة: 1000دج)

الفئة	10 – 8	12 – 10	14 – 12	16 – 14	16 – فأكثر	المجموع
التكرار	12	16	20	25	17	**90**

المطلوب: أدرس شكل هذا التوزيع من حيث الالتواءُ والتفلطحُ.

أسرة المقياس.

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور عبابسة الهاشمي. فقط أكتب في خانة البحث: "hachemi ababsa"

حلول سلسلة التمارين رقم 07 في مقياس الإحصاء الوصفي

* مقاييس الشكل *

التمرين الأول :

دراسة شكل التوزيع من حيث الالتواء والتفلطح باستخدام معاملات "بيرسون".

$n_i(x_i-\bar{X})^4$	$n_i(x_i-\bar{X})^3$	$n_i(x_i-\bar{X})^2$	n_ix_i	x_i	n_i	الفئات
1536	(-384)	96	6	1	6	0 - 2
128	(-64)	32	24	3	8	2 - 4
0	0	0	50	5	10	4 - 6
128	64	32	56	7	8	6 - 8
1536	384	96	54	9	6	8 - 10
3328	0	256	190	/	38	المجموع

دراسة الالتواء : هنا لدينا صيغتان لمعامل بيرسون : P_1 ، P_2

$$P_1 = \frac{\bar{X} - Mo}{S}$$

* حساب P_1

$$\bar{X} = \frac{\sum n_ix_i}{\sum n_i} = \frac{198}{38} = 5$$

$$Mo = B_{MIN} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} \cdot L = 4 + \frac{2}{2+2} \cdot 2 = 5$$

بما أن $\bar{X} = Mo$ فإن البسط في P_1 معدوم وبالتالي $P_1 = 0$ ولا حاجة لحساب S.

إذن ... هذا التوزيع متناظر.

$$P_2 = \frac{(\mu_3)^2}{S^6}$$

* حساب P_2 :

$$\mu_3 = \frac{\sum n_i(x_i-\bar{X})^3}{\sum n_i} = \frac{0}{38} = 0$$

إذن $P_2 = 0$ ، والتوزيع متناظر [عدم الالتواء].

Date . . Page

دراسة التفلطح : هنا نحسب P_3 حيث $P_3 = \frac{M_4}{S^4}$

$$M_4 = \frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^4}{\sum n_i} = \frac{3328}{38} = 87,58$$

$$S^2 = \frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{256}{37} = 6,92$$

$$P_3 = \frac{87,58}{(6,92)^2} = 1,83 < 3 \Rightarrow$$ التوزيع مفلطح الشكل

والخلاصة : هذا التوزيع متناظر مفلطح الشكل .

التمرين الثاني :

1-أ. حساب Mo ، Me ، $\bar{x}$ لكلا التوزيعين :

* بالنسبة للتوزيع الأول :

n_ix_i	x_i	n_i	الفئات
135	27	5	29 _ 25
256	32	8	34 _ 30
370	37	10	39 _ 35
546	42	13	44 _ 40
376	47	8	49 _ 45
312	52	6	54 _ 50
1995	/	50	المجموع

حساب $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{\sum n_ix_i}{\sum n_i} = \frac{1995}{50} = 39,90\ DA/h$$

حساب Me : حسبناه سابقا عند حل التمرين 6 من السلسلة رقم 04 [انظر الصفحة رقم 06]

حيث وجدنا $Me = 40,26\ DA/h$

حساب Mo : حسبناه أيضا سابقا من التمرين رقم 06 من السلسلة 04

حيث وجدنا : $Mo = 41,37\ DA/h$

* بالنسبة للتوزيع الثاني : سبق وأن حسبنا كلا من $\bar{X}$ ، Me و Mo لدى حلنا للتمرين السابع من سلسلة التمارين رقم 04 ،

حيث وجدنا :

$\bar{X} = 79,76\ DA/h$, $Me = 79,06\ DA/h$. $Mo = 77,50\ DA/h$

[انظر كيفية الحل في الصفحة رقم 8 من حلول السلسلة 04]

2

Date . . Page

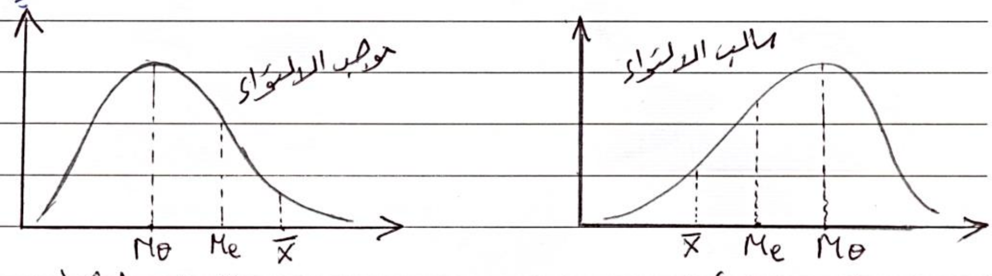
ب- استنتاج شكل المنحنى التكراري:

✓ بالنسبة للتوزيع الأول:

انطلاقا من مقارنة قيم $\bar{X}$، Me، Mo، نلاحظ أن $Mo > Me > \bar{X}$

وعليه، فالتوزيع سالب الإلتواء [ملتو نحو اليسار].

✓ بالنسبة للتوزيع الثاني: بمقارنة $Mo, Me, \bar{X}$ تبين أن $Mo < Me < \bar{X}$، وعليه فالتوزيع موجب الإلتواء [ملتو نحو اليمين].



التوزيع الثاني   التوزيع الأول

2- تحديد شكل التوزيعين من حيث الإلتواء والتفلطح باستخدام F

✓ بالنسبة للتوزيع الأول:

* الإلتواء:

$$F_1 = \frac{\mu_3}{S^3} \quad \Big| \quad \mu_3 = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^3}{\sum n_i} = \frac{(-1308,6)}{50} = (-26,172)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2754,50}{49}} = \sqrt{56,21} = 7,50.$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{(-26,172)}{(7,50)^3} = (-0,062) < 0$$

إذن التوزيع الأول سالب الإلتواء.

$n_i(x_i-\bar{x})^4$	$n_i(x_i-\bar{x})^2$	$n_i(x_i-\bar{x})^3$	x_i	n_i	الفئات
138461,44	832,05	-10733,45	27	5	29 – 25
31160,06	499,28	-3944,31	32	8	34 – 30
707,28	84,10	-243,89	37	10	39 – 35
252,83	57,33	120,39	42	13	44 – 40
20329,34	403,28	2863,29	47	8	49 – 45
128615,33	878,46	10629,37	52	6	54 – 50
319526,29	**2754,50**	**-1308,60**		**50**	

3

Date . . Page

التفلطح: حسب F_2

$$F_2=\frac{\mu_4}{S^4}-3 \quad \Big| \quad \mu_4=\frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^4}{\sum n_i}=\frac{319\,526{,}29}{50}=6390{,}53$$

$$\Rightarrow F_2=\frac{6390{,}53}{(7{,}50)^4}-3=2{,}0223-3=(-0{,}978)<0$$

وعليه التوزيع الأول مفلطح الشكل،

بالنسبة للتوزيع الثاني:

* الإلتواء:

$$F_1=\frac{\mu_3}{S^3} \quad \Big| \quad \mu_3=\frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^3}{\sum n_i}=\frac{49\,779{,}983}{65}=765{,}846.$$

$$S=\sqrt{\frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{15\,821{,}540}{64}}=15{,}723$$

$$\Rightarrow F_1=\frac{765{,}846}{(15{,}723)^3}=0{,}197>0$$

وعلى ذلك فالتوزيع الثاني موجب الالتواء.

* التفلطح:

$$F_2=\frac{\mu_4}{S^4}-3 \quad \Big| \quad \mu_4=\frac{\sum n_i(x_i-\bar{x})^4}{\sum n_i}=\frac{9\,152\,175{,}533}{65}=140\,802{,}701$$

$$\Rightarrow F_2=\frac{140\,802{,}701}{(15{,}723)^4}-3=2{,}304-3=(-0{,}696)<0$$

وعلى ذلك فالتوزيع الثاني مفلطح الشكل.

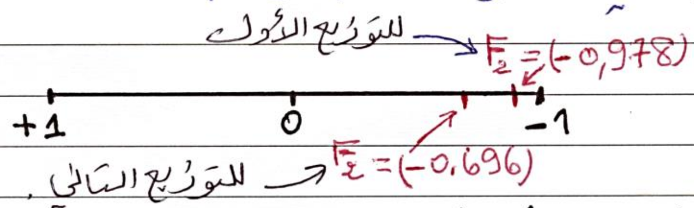
$n_i(x_i-\bar{x})^4$	$n_i(x_i-\bar{x})^2$	$n_i(x_i-\bar{x})^3$	x_i	n_i	الفئات
3009146,392	4906,442	-121508,031	54,995	8	59.99 – 50.00
475262,781	2180,052	-32188,471	64,995	10	69.99 – 60.00
8248,436	363,284	-1731,046	74,995	**16**	79.99 – 70.00
10514,649	383,673	2008,529	84,995	14	89.99 – 80.00
538728,355	2321,052	35361,231	94,995	10	99.99 – 90.00
2027604,473	3184,026	80348,899	104,995	5	109.99 – 100.00
3082670,447	2483,010	87488,873	114,995	2	119.99 – 110.00
9152175,533	**15821,540**	**49779,983**		**65**	**المجاميع**

4

ب. نعم ... تتفق نتيجة F_1 للالتواء مع ما توصلنا إليه لدى إجابتنا عن السؤال الأول، حيث وجدنا التوزيع الأول سالب الالتواء في السؤالين، والتوزيع الثاني موجب الالتواء في السؤالين. بعبارة أخرى ... اتفقت نتيجة المقارنة بين $\bar{X}$ و Me و Mo وبين ما دلت عليه قيمة F_1 لكلا التوزيعين.

ج. المقارنة بين التوزيعين من حيث التفلطح:

نلاحظ أن كلا التوزيعين مفلطحان بشكل بسيط، لأن قيمة F_2 سالبة وغير بعيدة عن "الصفر" في كليهما.
إلا أن التوزيع الأول أكثر تفلطحًا لأن: F_2 للأول $<$ F_2 للثاني
ولكن بالقيمة المطلقة.
بعبارة أخرى ... قيمة F_2 للأول أبعد عن الصفر من F_2 للثاني
وبالتالي فالأول أشد تفلطحًا.



التمرين الثالث:

دراسة شكل هذا التوزيع من حيث الالتواء والتفلطح:
بما أن هذا التوزيع مفتوح (فيه فئة مفتوحة هي الأخيرة) فإنه لدراسة شكله من حيث الالتواء والتفلطح لا يمكننا إلا أن نستخدم معاملي "بول وكذلك" للأول ومعامل "كيلي" للثاني.

✓ الالتواء:

$F↗$	ح. العليا. ف	n_i	الفئات
0	أقل من 8	12	8 _ 10
12	10 " "	16	10 _ 12
28	12 " "	20	12 _ 14
48	14 " "	25	14 _ 16
73	16 " "	17	16 فأكثر
$F↗$ الفئة الأخيرة 90		90	المجموع

$$Cy_{k} = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

$$Q_1 = B_{MIN} + \frac{\frac{n}{4} - F(B_{MIN})}{n_{Q_1}} \cdot L$$

$$= 10 + \frac{\frac{90}{4} - 12}{16} \cdot 2 = 11,31$$

وبالطريقة نفسها نجد:

$$Q_2 = Me = 13,70$$

$$Q_3 = 15,56$$

5

Date . . Page

وعليه:

$$C_{yk} = \frac{15,56 - 2(13,70) + 11,31}{15,56 - 11,31} = \frac{-0,53}{4,25} = (-0,12) < 0$$

ملاحظة: بإسقاط القانون السابق للمعامل C_{yk} الى القانون الآتي: $C_{yk} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$

بما أن $C_{yk} < 0$، فإن التوزيع ملتوٍ نحو اليسار [سالب الإلتواء]

✓ التفلطح:

$$K = \frac{\frac{1}{2}EQ}{D_9 - D_1}$$

$$\frac{1}{2}EQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

ومما سبق: $Q_3 = 15,56$

$Q_1 = 11,31$

$$D_9 = B_{MIN} + \frac{\frac{9n}{10} - F(B_{MIN})}{n_{D_9}} \cdot L$$

$$= 16 + \frac{(81 - 73) 2}{17} = 16 + 0,94 = 16,94$$

ملاحظة: لاحظ أن فئة D_9 هي الفئة الأخيرة "المفتوحة" والتي نظرياً لا يمكن تحديد طولها، إلا أننا اضطررنا إلى اعتبار طولها مساوياً لطول بقية الفئات وهو "2" لنتمكن من حساب D_9.

ونحسب D_1 بالطريقة ذاتها فنجد: $D_1 = 9,50$

ومنه:

$$K = \frac{\frac{1}{2}(15,56 - 11,31)}{16,94 - 9,50} = \frac{2,125}{7,440} = 0,286 > 0,263$$

نلاحظ أن $K > 0,263$ وعليه فهذا المنحنى غير طبيعي، ومدبب.

وكخلاصة: المنحنى ملتوٍ إلى اليسار مدبب.

انتهى حل سلسلة التمارين رقم 07 في الإحصاء الوصفي.

- الدكتور الهاشمي عباسة -