مدخل عام لسلاسل الزمنية

① تعريف السلاسل الزمنية :

هي عبارة عن مجموع المشاهدات تأخذها ظاهرة معينة متغيرة خلال فترة زمنية غالبا ما تكون متساوية تختلف حسب طبيعة الظاهرة

② أشكال السلاسل الزمنية :

A - اقتصادية Economice Time S

وهي عبارة عن سلسلة زمنية لحوادث وظواهر اقتصادية

B - سكانية Demoghraphic TS

وهي عبارة عن بيانات عدد السكان لسنوات في دولة ما

C - معبرة عن حدث : paint process

هي عبارة سلاسل التي ترصد عدد الحوادث الغير دائمة في فترة

③ مركبات السلسلة الزمنية :

A - مركبة الاتجاه العام :

Trend comprend

هي عبارة عن اتجاه تطور تأخذه السلسلة الزمنية أو ظاهرة خلال فترة طويلة من الزمن رغم التذبذب الموجود فيها إما بالزيادة أو بالنقصان

B - مركبة التغيرات الموسمية

Seasonal comprend

هي عبارة عن التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من سنة عادة هذه التغيرات تعبر عن المواسم

C - التغيرات الدورية cyclical comprend

هي التي بانتظام خلال فترة زمنية طويلة 03 سنوات فما أكثر

D - التغيرات العرضية Eror/Erregulan

هي عبارة عن التغيرات التي تحدث فجأة وتكون عرضية (الزلازل ...)

④ أنواع السلاسل الزمنية

A - متصلة Continue Times Series

هي عبارة عن سلسلة جميع مشاهداتها متواصلة عبارة عن بيانات تأخذ في فترة زمنية طويلة

B - متقطعة Discret Times Series

هي عبارة عن سلسلة تأخذ لسنوات متقطعة

⑤ الهدف من السلاسل الزمنية

* شرح ووصف الظاهرة أي السلسلة الزمنية
* التنبؤ في قيم السلسلة الزمنية لفترات زمنية
* ضبط وسيطرة وذلك باستخدام الواقع الموجود من خلال T.S المتنبأ بها أي تعديل سياسات وفقا لنشاط مؤسسة

⑥ طرق تحليل السلاسل الزمنية

التحليل الوصفي

وهي عبارة عن رسم بياني لمشاهدات للبحث عن الاتجاه العام أو التذبذبات الموسمية (جدول أو رسم)

التحليل المجال الزمني

في هذا التحليل يتم استعمال ما يسمى بدالة ارتباط الذاتي التي تنشأ في المجال الزمني للسلسلة الزمنية

التحليل الطيفي

وهنا نبحث عن المركبات سابقة الذكر وسرعة وبطء الظاهرة وتذبذبها وتكرارها في الزمن

⑦ تقدير مركبات السلسلة الزمنية في المجال الزمني:

A - مركبة الاتجاه العام: وهي عبارة التغير الحاصل في متوسط قيم السلسلة الزمنية في الأجل الطويل

B - المركبة الدورانية: عبارة عن التذبذبات الحاصلة في السلسلة الزمنية حول خط اتجاه العام

C - المركبة الموسمية: تعرف بأنها التذبذبات التي تحصل خلال فترة زمنية متشابهة تستقر حول قيمة معينة

D - مركبة غير منتظمة: هي عبارة عن ما تبقى بعد إزالة 03 مركبات السابقة.

(1) حساب مركبات الاتجاه العام:

نتطلب تحليل السلاسل الزمنية عادة تحليل مركباتها 4 السابقة لكن في أغلب الأحيان تخلو السلاسل الزمنية من الحركات الموسمية والدورية والطارئة لذا نكتفي بدراسة الاتجاه العام ونعتبر المعادلة $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$. علما أن

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\bar{Y} \,/\, S_x^2 \Rightarrow S_x^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$$

(2) طرق حساب مركبة الاتجاه العام:

طريقة اليد الحرة (Freehand method)

في هذه الطريقة نقوم بحساب مركبة الاتجاه العام باستخدام معادلة المستقيم من الشكل $y=a+bx$ حيث نأخذ أول أول مشاهدة وآخر مشاهدة وآخر مشاهدة ونعتبران نقطتان بالحل كمستقيم الانحدار وبذلك نتحصل لدينا جملة معادلتين ذات مجهولين a و b نحل هذه الجملة نجد قيمة a و b

مثال: انتاج لدولة خلال عشرة زمنية (2020 - 2010)

	0	1	2	3	4						10
An	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Q	5	7	9	10	10	11	12	17	18	20	22

$A(0,5)$ $B(10,22)$.

$$y = a + bx \Rightarrow \begin{cases} 5 = a + b(0) \\ 22 = a + b(10) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ 22 = a + 10b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ 22 = 5 + 10b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1{,}7 \end{cases} \Rightarrow y = 5 + 1{,}7x$$

طريقة أشباه المتوسطات (Seme averge methode)

في هذه الطريقة نستخدم أيضا فكرة الطريقة نستخدم نفس فكرة الطريقة السابقة لكن نقسم السلسلة إلى سلسلتين

سلسلة 01 ⟸ من 2010 إلى 2014

سلسلة 02 ⟸ من 2015 إلى 2020

⟸ في السلسلة 01: * متوسط الحسابي لـ x

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 2$

* متوسط الحسابي لـ y ⟶ A(2 , 8,2)

$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 8,2$

⟸ في السلسلة 02: * متوسط الحسابي لـ x

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 7,5$

* متوسط الحسابي لـ y ⟶ B(7,5 , 16,66)

$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 16,66$

في جملة معادلتين نستخدم النقطتين A و B:

$$\begin{cases} 8,2 = a + 2b \\ 16,66 = a + 7,5b \end{cases} \Rightarrow y = 5,12 + 1,83x$$

③ دالة الارتباط الذاتي

تعرف دالة الارتباط الذاتي بأنها الأداة التي تقيس قوة الارتباط بين البيانات التي تتكون منها السلسلة الزمنية إذا توفرت على عناصر السلسلة تأتي مقدرات دالة الارتباط الذاتي الاستطرادي في شكلين:

شكل 01: دالة الارتباط الذاتي للعينة (SACF)

شكل 02: دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)

وتنحصر أي قيمة من الارتباط الذاتي للعينة أو الارتباط الذاتي الجزئي في المجال المغلق [-1,1]. وتقيس كل قيمة من دالة الارتباط الذاتي للعينة للسلسلة y_t قوة العلاقة الخطية بين المشاهدات مفصولة بعدد الفترات الداخلة في الحساب أما دالة الارتباط الذاتي الجزئي وتقيس عند المتأخرة K الارتباط الذاتي بين y_t و y_{t-k}

في الإطار التطبيقي تعتبر المقدرات الناتجة عن دالة الارتباط الذاتي للعينة والارتباط الذاتي الجزئي تقديرات معقولة ومقبولة لدالة الارتباط الذاتي النظرية.

* دالة الارتباط الذاتي للعينة: تعرف رياضيا كما يلي:

$$r_K = \frac{\sum_{t=b}^{n-K} (X_t - \bar{X})(X_{t+K} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n} (X_t - \bar{X})^2} \qquad \bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^{n} X_t}{(n-b+1)} \qquad \frac{\sum_{1}^{9} X_t}{9}$$

حيث:

r_K: معامل الارتباط و K: تأخذ القيم $[1, \infty[$.

Exemple:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_t	5	6	7	-5	-1	5	10	25	65

وعلى سبيل المثال لو كان لدينا سلسلة زمنية مكونة من 09 مشاهدات نفترض أن السلسلة استقرت في الفروق الدرجة واحد $(b=1)$ فإن:

$$\bar{X} = \sum_{t=1}^{n} X_t / (n-b+1)$$

$$= \sum_{t=1}^{n} X_t / n$$

مثال: حساب معنوية r_3.

$$r_3 = \frac{\sum_{t=1}^{n-3} (X_t - \bar{X})(X_{t+3} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n} (X_t - \bar{X})^2} \qquad n-3 = 9-3 = 6$$

$$r_3 = \frac{(X_1-\bar{X})(X_4-\bar{X}) + (X_2-\bar{X})(X_5-\bar{X}) + \dots + (X_6-\bar{X})(X_9-\bar{X})}{(X_1-\bar{X})^2 + (X_2-\bar{X})^2 + (X_3-\bar{X})^2 + (X_4-\bar{X})^2 + \dots + (X_9-\bar{X})^2}$$

NOTE : نحتاج إلى خانتين إضافيتين هما $(X_t-\bar{X})$ و $\bar{X}$

و $(X_t-\bar{X})^2$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_t	5	6	7	-5	-1	5	10	25	65
$\bar{X}$									
$(X_t-\bar{X})$									
$(X_t-\bar{X})^2$									

Travail a faire :

Q1 - أحسب من $r_1 \leftarrow r_5$

Q2 - أحسب الخطأ المعياري S_{r_1}

Q3 - أحسب إحصائية student

الخطأ المعياري : يعرف بالعلاقة التالية S_{r_1}

$$S_{r_K} = \sqrt{1+2\sum_{j=1}^{k-1} r_j^2} \Big/ \sqrt{n-b+1}$$

إحصائية الاختبار (student) : وهي احصائية الاختبار t لـ r وتعرف بالعلاقة التالية :

$$t_{r_K} = r_K \,/\, S_{r_K}.$$

$t_{1K} \quad r_1 / S_{r_1}$

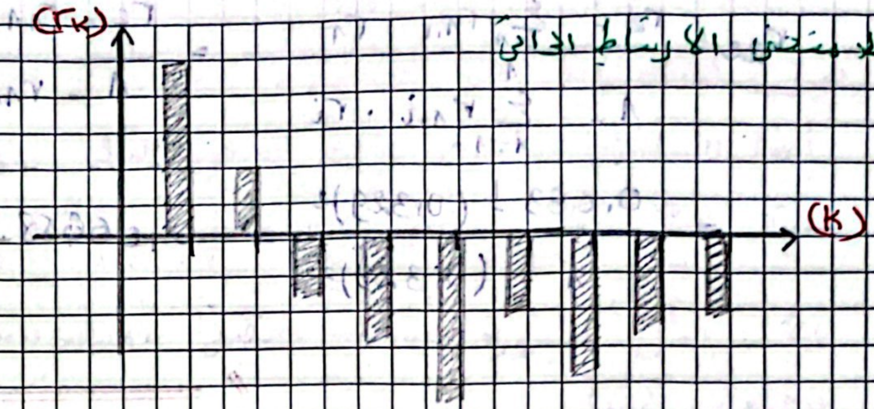
t_1

* الحل :

1) معامل الارتباط :

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_K	0,329	0,053	-0,067	-0,211	-0,257	-0,104	-0,128	-0,128	-0,116

- منحنى الارتباط الذاتي



حزام الأهمية الإحصائية : الأكبر لا يتعدى 1 والأصغر لا يتعدى 1-

• تعرف دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) عند التأخر K رياضيا بالعلاقة التالية:

* دالة الارتباط الذاتي الجزئي

$$r_{K,K} = \frac{r_K - \sum_{i=1}^{K-1} r_{K-1,i} \times r_{K-1}}{1 - \sum_{i=1}^{K-1} r_{K-1,i} \times r_i}$$

r 11
22
33

إذا كانت $K=1$: فإن : $r_{11} = r_1$

$r_{11} = r_1$ $\qquad$ $r_{22} \neq r_2$

- قيمة الخطأ المعياري والإحصائية الاختبار:

أما قيمة الخطأ المعياري والإحصائية الاختبار لكل من دالة الارتباط الذاتي الجزئي:

$$S_{r_{K_i}} = 1 / \sqrt{n - b + 1}$$

$$t_{r_K} = r_{KK} / S_{r_{K_i}}$$

Exemple : من المثال السابق نقوم بحساب معاملات الارتباط لدالة الارتباط الذاتي الجزئية

Q1 : احسب $r_{K,K}$:

$r_{11} = r_1 = 0{,}329$

$$r_{22} = \frac{r_2 - \sum_{i=1}^{1} r_{1,i} \cdot r_1}{1 - \sum_{i=1}^{1} r_{1,i} \cdot r_i} = \frac{r_2 - r_{11} \cdot r_1}{1 - r_{11} \cdot r_1} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

$$= \frac{0{,}053 - (0{,}329)^2}{1 - (0{,}329)^2} = -0{,}06958.$$

السيرورة العشوائية للسلسلة الزمنية

تعرف السيرورة الاحصائية أنها مجموعة من المتغيرات العشوائية المرتبة حسب التسلسل الزمني

تمثل السيرورة إذا كانت متصلة بشكل التالي $(X(t) = ---)$

وتمثل على النحو التالي متقطعة $(x_t = ---)$

* في معظم الحالات تكون سيرورة السلسلة الزمنية متقطعة

Exemple: سيرورة الناتج المحلي الاجمالي لدولة ما تكون

PNb_0, PNb_1, PNb_2 ---

يقال عن السيرورة أنها مستقرة إذا كان وسطها ثابت عبر الزمن أو تباينها ثابت عبر الزمن أو كلاهما ثابت أي ثبات الوسط و التباين

والسيرورة المستقرة هي الشكل الوحيد الذي ينتج مشاهدات منطقية تعرف بسيرورة المشي العشوائي.

سيرورة المشي العشوائي (الإزعاج الأبيض، التشويش الأبيض)

بأنها سيرورة عشوائية محضة وسطها معدوم وتباينها ثابت تساوي

$\mu_x = 0$

$VAR = \sigma_x^2$

تكون السلسلة الزمنية غير مستقرة إذا تغير وسطها أو تباينها أو

سيرورة المشي العشوائي بانحراف : $(AR(1))$

بأنها السلسلة الزمنية تأخذ الشكل التالي $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$

حيث ε_t : يتوزع توزيعا طبيعي معياري

$$\varepsilon_t \sim N(0,1).$$

ε_t : يمثل سيرورة عشوائية محضة ومنها نشتق الصيغة العامة : لدينا

$$X_1 = X_0 + \varepsilon_1$$

$$X_2 = X_1 + \varepsilon_2 = X_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$X_3 = X_2 + \varepsilon_3 = X_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_0 + \varepsilon_1 - - - + \varepsilon_t$$

$$\hookrightarrow X_t = X_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

ولدينا : الفروق من الدرجة الأولى :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\hookrightarrow \varepsilon_t = X_t - X_{t-1}.$$

* الفروق من الدرجة الأولى مساوي للخطأ العشوائي

ملاحظة : (Remarque)

القيمة الفعلية - القيمة المقدرة = الخطأ

$$\hookrightarrow X_i - X_i^1 = \varepsilon_t$$

أي أن الفرق الأول يساوي الخطأ العشوائي هذا ما يعني أنه إذا كانت السلسلة X_t غ مستقرة فإن ΔX_t ($\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$) تكون مستقرة لأنها نتجت عن الفروقات وبالتالي يكون الفرق الأول لأي سلسلة زمنية عشوائية ماتي ع يشكل سيرورة عشوائية تكون مستقرة ولوكنا نتعامل مع صيغة سيرورة المشي

تحليل سيرورة المشي عشوائي

$$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t$$

تصبح السيرورة العشوائية في هذه الحالة غير مستقرة

$$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$X_t - X_{t-1} = \alpha + \varepsilon_t$$

$$\Delta X = \alpha + \boxed{\varepsilon_t} \Rightarrow \text{مستقر}$$

غير مستقرة α

يعود السبب في عدم استقرارها إلى ما يلي : $\Delta X = \alpha + \varepsilon_t$

إذن فإن X_t تنحرف إلى الأعلى أو الأسفل حسب قيمة الحد

esperance :

$$X_t = \alpha + X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$E(X_t) = E(\alpha) + E(X_{t-1} + \varepsilon_t)$$

$$E(X_t) = \alpha t + E(X_t)$$

$\alpha \Rightarrow$ α معرفة و محددة t مرة

$$E(X_t) = \alpha t + E(X_t)$$

variance :

$$Var = \Sigma (X_1 - \bar{X})^2$$
$$= t\, \sigma_x^2$$

$$Var = t\sigma_x^2$$

* إختبار الجذر الأحادي :

تكن لدينا الصيغة الرياضية لسيرورة عشوائية بالشكل التالي :

$$y_t = \rho\, y_{t-1} + \varepsilon_t$$

إذا كانت قيمة ρ أقل من الواحد ($\rho < 1$) فإن

السلسلة y_t : تكون مستقرة و يمكن تقدير معلماتها و

تطويعها عن التنبؤ أما إذا كانت

• إذا كانت $(P=1)$ فإن السيرورة العشوائية تتحول إلى صيغة مشي عشوائي بدون انحراف ونسميها مشكلة تطلق عليها اسم الجذر الأحادي أي في حالة $P=1$ تكون السلسلة غير مستقرة وتنتج تقديرات غير خطية.

من أجل التأكد من أن السلسلة مستقرة أو غير مستقرة نقوم بتعديل صيغة السيرورة العشوائية ثم نختبر الوجود الجذر الأحادي

$$y_t = P y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t - y_{t-1} = P y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t - y_{t-1} = y_{t-1}(P-1) + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = y_{t-1}(P-1) + \varepsilon_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

علما أن $\alpha = P-1$.

إذا كانت $\alpha = 0$ فإن $P=1$ هذا ما يعني أن لدينا جذر أحاديا وتكون السلسلة غير مستقرة وبالتالي لا يمكن تقدير معلماتها ومنه $\Delta y_t = \varepsilon_t$

حيث لو افترضنا أن ε_t تمثل سيرورة مشي عشوائي أو ضجيج أبيض فإن أحد الفروقات بين قيم y يؤدي إلى تكوين سلسلة مستقرة في بعض الحالات

السؤال المطروح: كيف يمكننا التأكد من وجود أو عدم وجود الجذر الأحادي لأي سلسلة

مثال: لدينا البيانات الآتية التي تعبر عن متغير فائض أو العجز في الموازنة الشهرية لإحدى البلديات وهذه البيانات هي افتراضية فقط ونحتاج إلى تقدير السلسلة

t	y_t	y_{t-1}	Δy_t
1	52 000	-	-
2	122 000	52 000	70 000
3	-25 000	122 000	-147 000
4	30 000	-25 000	55 000
5	95 000	30 000	65 000
6	60 000	95 000	-35 000
7	88 000	60 000	28 000
8	-67 000	88 000	-155 000
9	31 000	-67 000	98 000
10	66 000	31 000	35 000
11	15 000	66 000	-51 000
12	8 000	15 000	-7 000
13	-19 000	8 000	-27 000
14	-30 000	-19 000	-11 000
15	-100 000	-30 000	-70000
16	43 000	-100 000	143 000
17	260 000	43 000	217 000
18	7 000	260 000	253 000
19	45 000	7 000	38 000
20	-55 000	45 000	-100 000
21	-100 000	-55 000	-45 000
22	-144 000	-100 000	-44 000
23	-288 000	-144 000	144 000
24	-200 000	-288 000	+88 000
25	-235 000	-200 000	-35 000

مراحل تنفيذ $\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$

نقوم بالخطوات التالية

خطوة 01: تحديد المتغيرين Δy_t و Δy_{t-1} بدقة

خطوة 02: نوضح ونحدد أي المتغيرين مستقل وأيهما تابع أي نوضح متغيرات الانحدار

ونقدر معلمات الانحدار

خطوة 03: نختبر نتيجة التقدير أي نختبر أهمية المعلمة α.

* المشكلة هي أن أهمية المعلمة α لا تحدد بواسطة اختبار student وتؤكد النظرية المناسبة أن أهمية المعلمة α تقاس بواسطة اختبار Dickey - Fuller

* نستخدم الاختبار السابق في الكشف عن استقرارية السلاسل الزمنية في الحالات التالية:

حالة 01:

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

المشي العشوائي بدون انحراف (معندهاش ثابت، وسط مش ثابت، معندهاش اتجاه)

في حالة 02 : $\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$

ريانيا ثابت ولكن لا يوجد اتجاه عام) ويسمى هذا النموذج المشي العشوائي بانحراف أي أن المعادلة لها ثابت لكن ليس لها اتجاه عام

في حالة 03 : $\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 t + \varepsilon_t$

مشي عشوائي بانحراف مع اتجاه عام أي أن السلسلة لها ثابت واتجاه عام هذا ما يعني أن تطبيقات Dickey-Fuller تطبق على ثلاثة أشكال من السيرورات العشوائية

التطبيق	شكل المعادلة	السلسلة العشوائية
الأول	$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$	ليس لها ثابت وليس لها اتجاه عام
الثاني	$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$	لها ثابت وليس لها اتجاه عام
الثالث	$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 t + \varepsilon_t$	لها ثابت ولها اتجاه عام

هناك قيم حرجة مختلفة لكل تطبيق وهي مبينة في جدول اختبار Dickey-Fuller ولا بد من استخدام الصيغة الصحيحة للسلسلة الزمنية تحت الدراسة لنجرب الآن صيغة النموذج الأول حيث

$\alpha < 0$ ويمكن اختيار الفرضيات المختلفة حول P ومنها فرضين الأساسين

* فرضية العدم: $H_0 \Rightarrow \alpha = 0 \quad (\rho = 1)$

حيث أن $\Delta y_{t-1} = \alpha y_t + \varepsilon_t$

* فرضية البديلة:

$H_1 : H_1 \alpha < 0 \quad (\rho < 1)$

في الشرطين (فرضيه البديل)

"حيث أن" $\alpha < 0$

معنى الفرضية 01: H_0 : السلسلة غير مستقرة ولا يمكن حساب معالمها أو تقدير معالمها.

H_1 : معنى ذلك أن السلسلة مستقرة ويمكن تقدير معالمها

إذا كان حجم السلسلة كبيرا إلى حد كافي فإن تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية تبين بأن

$$\sqrt{n}(\rho - \hat{\rho}) \sim IN(0, SE)$$

$$SE = \sqrt{1-\rho^2}.$$

بعد ادخال البيانات في برنامج إحصائي مناسب فإننا نحصل على نتيجة نعرض النتائج كما يلي

$$\Delta y_t = -0{,}3514\, y_{t-1}$$

$$R^2 = 13{,}9\%$$

$$t = -1{,}93185$$

أثبت العالمان Deckey-Fuller بأن قيم توزيع t المحسوبة من المربعات الصغرى الاعتيادية الناتجة من تقدير نتائج السلاسل العشوائية تخضع لتوزيع يسمى "تاو" Taw (τ) وهذا التوزيع يقابل توزيع student الذي اعتمدنا على توظيفه في اختبار الفرضيات من نتائج المربعات الصغرى الاعتيادية

نقوم الآن بمقارنة النتيجة $t = -1{,}9318$ مع ~~القيمة~~ العمد الحرجة من جدول D-F للنموذج الذي يخلو من ثابت ومن الاتجاه العام حيث بلغ

كانت $t = -1{,}95$ عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ حيث بأن

فنجد أنّ $t = -1,955$ وهي $(t < t)$ على الرغم

من أن المتوسطات تختلف من بعض (حسابياً) إلا أننا نستطيع

المؤشرات الموسمية

طريقة حساب المؤشرات الموسمية

من اجل حساب المؤشرات الموسمية نقوم بالخطوات التالية

خطوة 01: نفسر معادلة الانحدار بطريقة المربعات الصغرى

حيث

$$\hat{X}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} t_i$$

حيث $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$:

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \bar{X} - \hat{\beta}\bar{t} \\ \hat{\beta} = \dfrac{\sum Xt/n - \bar{X}\bar{t}}{\bar{t^2} - \bar{t}^2} = \dfrac{\sum (X-\bar{X})(t-\bar{t})}{\sum (t-\bar{t})^2} \end{cases}$$

بعد ذلك: نقوم بحساب مقدرات السلسلة الاصلية.

خطوة 02: نقوم بحساب مؤشر Ratio

(في حالة النموذج الضربي) $\text{Ratio} = \dfrac{X_i}{\hat{X}_i}$

(في حالة النموذج الجمعي) $\text{Ratio} = X_i - \hat{X}_i$

خطوة 03: نقوم الآن بحساب المؤشرات الموسمية لكل ثلاثي وذلك بحساب المتوسطات الحسابية

Remarque

عند استخدام النموذج الضربي نعبر عن المؤشرات الموسمية في صورة نسب مئوية اما عندما نستخدم النموذج الجمعي فإن المؤشرات الموسمية تكون من نفس صنف وحدات السلسلة الزمنية محل الدراسة. مثلا لو كانت مشاهدات السلسلة الزمنية عبارة عن المبيعات الشهرية بالأطنان ووجدنا ان $S_2 = -2$ كغ فهنا يعني ان الثلاثي الثاني تنخفض فيه المبيعات بـ 2 كغ طن

في حالة نموذج الجمعي
Remarque : $\sum S_i = K$ et $\frac{\sum S_i}{m} = 1$

إذا لم يتحقق الشروط السابقة نلجأ إلى : تصحيح المركبة الموسمية

* تصحيح المركبة الموسمية

1= في حالة النموذج الجمعي لابد أن يكون مجموع قيم المؤشرات الموسمية (القيم ليس النسب) مساويا لعدد هذه المؤشرات الموسمية ($\sum S_i = K$) ويجب أن أن يكون متوسطها الحسابي مساوي للواحد ($\frac{\sum S_i}{m} = 1$) في حالة كانت البيانات شهرية فإن مجموع المؤشرات الموسمية يجب أن يساوي 12 ($\sum S_i = 12$) أما بالنسبة للبيانات الربع سنوي فإن ($\sum S_i = 4$) هذا حتى نحترم مبدأ الحفاظ على المساحات ، يعبر عن هذا الشرط رياضيا بالعلاقة التالية:

$$\sum_{i=1}^{K} S_i = K.$$

حيث أن K دورية البيانات وفي حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة التالية

$$S_i^* = S_i / \bar{S}_i$$

حيث :

$$\bar{S}_i = \sum_{i=1}^{K} S_i / K =$$

حيث أن S_i^* تعبر عن المؤشر الموسمي المصحح للفترة i

NOTE : نلاحظ أنه بعد التصحيح لابد أن يساوي مجموع القيم لهذه المؤشرات الموسمية عدد هذه الأخيرة أي (12 إذا كانت شهرية) (7 إذا كانت يومية) (2 إذا كانت سداسية) (4 إذا كانت ثلاثية)

Remarque : $\sum S_i = K$ et $\frac{\sum S_i}{n} = 1$ } في حالة نموذج الضربي

إذا لم يتحقق الشروط السابقة نلجأ إلى: تصحيح المركبة الموسمية

* تصحيح المركبة الموسمية

⇐ في حالة النموذج الضربي لابد أن يكون مجموع قيم المؤشرات الموسمية (القيم ليس النسب) مساويا لعدد هذه المؤشرات الموسمية ($\sum S_i = K$) ويجب أن أن يكون متوسطها الحسابي مساوي للواحد ($\frac{\sum S_i}{m} = 1$) في حالة كانت البيانات شهرية فإن مجموع المؤشرات الموسمية يجب أن يساوي 12 ($\sum S_i = 12$) أما بالنسبة للبيانات الربع سنوي فإن ($\sum S_i = 4$) هذا حتى نحترم مبدأ الحفاظ على المساحات، يعبر عن هذا الشرط رياضيا بالعلاقة التالية:

$$\sum_{i=1}^{K} S_i = K.$$

حيث أن K تكرار البيانات وفي حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة التالية

$$S_i^* = S_i / \bar{S_i}$$

حيث:

$$\bar{S_i} = \sum_{i=1}^{K} S_i / K = 1$$

حيث أن S_i^* المصحح

المؤشر الموسمي المصحح للفترة i

NOTE : نلاحظ أنه بعد التصحيح لابد أن يساوي مجموع القيم لهذه المؤشرات الموسمية عدد هذه الأخيرة أي (12 إذا كانت شهرية) (1 إذا كانت سنوية) (2 إذا كانت سداسي) (4 إذا كانت ثلاثية)

- في حالة النموذج الجمعي :

في هذه الحالة يجب أن يكون $\sum Si = 0$ سواء كانت البيانات شهرية ... إلخ و هذا حتى نحترم مبدأ إختفاء المساحات ونعبر عنه بالعلاقة :

$$\sum_{i=1}^{k} Si = 0$$

حيث K : دورية البيانات وفي حال عدم تحقق هذا الشرط فإن التصحيح يكون بإستخدام الصيغة التالية

$$S_i^* = Si - \bar{S}$$

و $\bar{S}$: هو

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^{k} Si / K$$

حيث أي يعبر عن المؤشر الموسمي المصحح للفترة i

NOTE نلاحظ أنه بعد التصحيح من الضروري أن يكون مجموع هذه المؤشرات الموسمية معدومة

* إزالة أثر المؤشرات الموسمية :

تؤثر المؤشرات الموسمية تشويش الصورة حول الاتجاه العام للظاهرة لذلك وجب إزالة هذه التغيرات للتعرف على حقيقة الظاهرة مستقبلا لأجل ذلك سوف نستخدم المؤشرات الموسمية لتخليص الظاهرة من أثر الموسم و بالتالي نحصل على السلسلة المصححة من التغيرات الموسمية "CVS" في حال استخدامنا النموذج الجمعي تتم إزالة أثر الموسم بطرح قيمة المؤشر الموسمي من المشاهدة الأصلية التي تتوافق معه

$$CVS_i = X_i - S_i$$

أو

$$CVS_i = X_i - S_i^*$$

في حال النموذج الضربي يمكننا إزالة :

$CVS_i = X_i / S_i$ أو $CVS_i = X_i / S_i^*$

التغيرات الطرفية والعشوائية

تشكل التغيرات الغير منتظمة أو التغيرات العشوائية أو التغيرات الطرفية أحد مكونات أو مركبات السلسلة الزمنية وتتمثل في الحركات التي تظهر بشكل غير منتظم و عموما غالبا تغيرات قصيرة. التغيرات العشوائية لا تتبع نموذجا محددا ولا يمكن التنبؤ بها.

في الممارسات العملية يتم تصنيف جميع مكونات السلسلة الزمنية التي لا يمكن إرجاعها إلى التقلبات الدورية أو التغيرات الموسمية أو تلك الخاصة بالاتجاه العام على أنها تغيرات عشوائية. يمكن تصنيف التغيرات العشوائية ضمن صنفين:

صنف 01: وهو الأكثر شيوعا يرجع إلى مجموعة من الأسباب الصغيرة نذكر منها أخطاء القياس التي تحدث تغيرات طفيفة.

صنف 02: يرجع إلى أحداث عرضية لكنها ذات حجم كبير مثل (القرارات الكبيرة، الإضرابات، الأزمات المالية ... الخ)

* حساب التغيرات العشوائية

عندما يتم تحديد الاتجاه العام والتغيرات الموسمية يصبح من الممكن حساب قيم التغيرات العشوائية باستخدام المعادلات التالية

← حالة النموذج الضربي تكون: $X_t = T_t . C_t . S_t . I_t$

ˆ ½

حيث:

$I_t = X_t / (T_t . C_t) . S_t$

I_t : مركبة الطرفية

C_t : مركبة الدورية

T_t : مركبة الاتجاه العام

S_t : مركبة الموسمية

أي مدة أقل من 10 سنوات

$I_t = X_t / T_t . S_t$

$\hat{X}_t$

ـ في حالة النموذج الجمعي : فإن السلسلة الزمنية

$$X_t = C_T + T_t + S_t + I_t$$

$$\Rightarrow \quad I_t = X_t - C_T - T_t - S_t$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I_t = X_t - T_t - S_t}.$$ (في الآجال القصيرة)