جامعة محمد خيضر (بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

سنة: أولى ماستر تسويق
يوم: 2024/01/16
توقيت: 08:00- 09:30

الإجابة النموذجية وسلم التصحيح لامتحان الأساليب الكمية في التسويق

حل التمرين الأول: (6 ن)

1. إعداد مصفوفة النتائج بالنسبة لعطور الجزائر: (0.5 ن)

إذا كانت (a_{ij}) هي مصفوفة النتائج بالنسبة للاعب الأول (مؤسسة ورود للروائح)، فإن مصفوفة النتائج للاعب الثاني (عطور الجزائر) ولتكن (b_{ij}) تحقق:

$a_{ij} + b_{ij}$؛ مع: $i= 1..3$؛ $j=1…3$؛ ومنه: $b_{ij}= -a_{ij}$

أي أن نتائج اللاعب الثاني هي نتائج اللاعب الأول بإشارة معكوسة، مع قلب عمود الاستراتيجيات x_i ليصبح سطر الاستراتيجيات، والعكس بالنسبة لسطر الاستراتيجيات y_j، ومنه تكون مصفوفة النتائج للاعب الثاني (عطور الجزائر) كما يلي:

ورود للروائح

		x_1: انترنت	x_2: لوحات	x_3: تلفزيون
عطور الجزائر	y_1: انترنت	1	-5	-5
	y_2: لوحات	0	3	2
	y_3: تلفزيون	4	-2	-5

2. اختبار وجود نقطة سرج وتفسير ذلك استراتيجيا: (0.5 + 0.5+ 0.5 ن)

	y_1	y_2	y_3	min_j
x_1	-1	5	5	-1
x_2	0	-3	-2	-3
x_3	-4	2	5	-4
max_i	0	5	5	

$V_1= Max_i\, min_j\, (a_{ij})= -1 \quad V_2= Min_j\, max_i\, (a_{ij})= 0$

بما أن: $V_2 \neq V_1$؛ فإنه لا توجد نقطة سرج لهذه اللعبة.

التفسير الاستراتيجي: لا توجد إستراتيجية صافية يستخدمها كل لاعب بصفة دائمة، فتحقق أقصى ربح للاعب الأول وأدنى خسارة للاعب الثاني في الوقت ويكون مجموعهما صفر، حيث تلتقي الاستراتيجيان عن نتيجة مثلى واحدة للاعبين.

3. اختزل مصفوفة النتائج إلى أصغر حجم ممكن باستخدام قواعد الهيمنة: (0.75 +0.75 ن)

	y_1	y_2	y_3
x_1	-1	5	5
x_2	0	-3	-2
x_3	-4	2	5

بالنسبة للاعب الأول بما أن: $-4 \leq -1$ و $2 \leq 5$ و $5 \leq 5$ فإن الإستراتيجية x_1 مهيمنة على الإستراتيجية x_3 لأنها تحقق أرباح أعلى مهما كانت إستراتيجية اللاعب الثاني، لذا نحذف الإستراتيجية x_3.

بالنسبة للاعب الثاني بما أن: $5 \leq 5$ و $5 \leq -2$ و $-3 \leq 2$ فإن الإستراتيجية y_2 مهيمنة على الإستراتيجية y_3، لأنها تحقق خسائر أقل مهما كانت إستراتيجية اللاعب الأول، لذا نحذف الإستراتيجية y_3 . ومنه تكون مصفوفة النتائج المختزلة كما يلي:

	y_1	y_2
x_1	-1	5
x_2	0	-3

4. الإستراتيجية المختلطة ونتيجة اللعبة لكل لاعب والتفسير الاستراتيجي للنتائج: (1 + 0.25 + 1 + 0.25 ن)

اللاعب الأول: نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية x_1 باحتمال p؛ ومنه يستخدم الإستراتيجية x_2 باحتمال 1-p.

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية y_1: $-p + 0(1-p)= -p$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الثاني الإستراتيجية y_2: $5p -3(1-p)= 5p-3+3p= 8p - 3$

ومنه: $3 - 8p = -p$، ومنه: $9p = 3$، ومنه: $p = 1/3$، ومنه: $1-p = 2/3$

نتيجة المباراة: $V_1 = -1(1/3) + 0(2/3) = -1/3$ أو: $V_1 = 5(1/3) - 3(2/3) = -1/3$

التفسير: الأفضل للاعب الأول أن يستخدم الإستراتيجية x_1 لـ 33.33% من وقت اللاعب، والإستراتيجية x_2 لـ 66.66% من الوقت، أو أن إذا لعب 9 مرات، فإنه يستخدم الإستراتيجية x_1 ثلاث مرات، والإستراتيجية x_2 لـ 6 مرات بشكل عشوائي، عندها سيحقق خسارة (1/3-) وهي أقل من الخسارة التي يحققها بطريقة Maximin(وهي 1-).

اللاعب الثاني: نفرض أنه يستخدم الإستراتيجية y_1 باحتمال q، ومنه يستخدم الإستراتيجية y_2 باحتمال 1-q.

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية x_1: $-q + 5(1-q) = -q + 5 - 5q = 5 - 6q$

نتيجة المباراة إذا استخدم اللاعب الأول الإستراتيجية x_2: $0q - 3(1-q) = -3 + 3q$

ومنه: $5 - 6q = -3 + 3q$؛ ومنه: $8 = 9q$؛ ومنه: $q = 8/9$؛ ومنه: $1 - q = 1/9$

نتيجة المباراة: $V_2 = -1(8/9) + 5(1/9) = -3/9 = -1/3$ أو: $V_2 = 0(8/9) - 3(1/9) = -3/9 = -1/3$

التفسير: الأفضل للاعب الثاني أن يستخدم الإستراتيجية y_1 لـ 88.88% من وقت اللاعب، والإستراتيجية y_2 لـ 11.11% من الوقت، أو أنه إذا لعب 9 مرات، فإنه يستخدم الإستراتيجية y_1 لـ 8 مرات، والإستراتيجية y_2 لمرة واحدة بشكل عشوائي، عندها سيحقق ربح (1/3-) وهي أفضل من النتيجة التي يحققها بطريقة Minimax(وهي 0).

حل التمرين الثاني: (6 ن)

1. التحقق من توازن مسألة النقل: (0.5 ن)

مجموع العرض= 1400 +1500 +1550 =4450؛ مجموع الطلب= 1200 +1600 +1650 =4450.

بما أن مجموع = مجموع الطب؛ إذن مسألة النقل متوازنة.

2. إيجاد الحل الأولي: (1.5 + 0.5 + 0.5 ن)

أ. طريقة الركن الشمالي الغربي:

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	14 - 1200	12 + 200	10	1400
S_2	15	17 - 1400	13 + 100	1500
S_3	11 +	13	12 - 1550	1550
b_j الاحتياج	1200	1600	1650	

إذن الحل: $x_{11} = 1200$؛ $x_{12} = 200$؛ $x_{22} = 1400$؛ $x_{23} = 100$؛ $x_{33} = 1550$

التكلفة الكلية: $Z = 14(1200) + 12(200) + 17(1400) + 13(100) + 12(1550) = 62900$

اختبار مقبولية الحل الأولي: عدد الخانات الممتلئة= 5؛ $m+n-1 = 3+3-1 = 5$؛ ومنه الحل الأولي مقبول.

ب. طريقة أقل تكلفة:

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	14	12	10 1400	1400
S_2	15	17 1500	13	1500
S_3	11 1200	13 100	12 250	1550
b_j الاحتياج	1200	1600	1650	

إذن الحل: $x_{13}= 1400$ ؛$x_{22}= 1500$ ؛$x_{31}= 1200$ ؛$x_{32}= 100$ ؛$x_{33}= 250$

التكلفة الكلية: $Z= 10(1400)+17(1500)+11(1200)+13(100)+12(250)= 57000$

اختبار مقبولية الحل الأولي: عدد الخانات الممتلئة= 5 ؛$m+n-1= 3+3-1=5$ ؛ومنه الحل الأولي مقبول.

3. اختبار أمثلية الحل الأولي وتحسينه: (2 + 1 ن)

أ. حجر الوطء (الركن الشمالي الغربي):

عدد الخانات الفارغة(المتغيرات خارج الحل) =4

$x_{13} : x_{13} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{13} : \delta_{13}= 10- 13+ 17- 12= +2>0$ لا يمكن التحسين

$x_{21} : x_{21} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{21} : \delta_{21}= 15- 17+ 12- 14= -4<0$ يمكن التحسين

$x_{31} : x_{31} \rightarrow x_{33} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{12} \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{31} : \delta_{31}= 11-12+13-17+12-14=-7 <0$ يمكن التحسين

$x_{32} : x_{32} \rightarrow x_{33} \rightarrow x_{23} \rightarrow x_{22} \rightarrow x_{32} : \delta_{32}= 13-12+13-17= -3 <0$ يمكن التحسين

بما أحد فروق التكلفة سالب، فإن الحل الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي غير أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه.

تحسين الحل الأولي:

الأفضل اختيار مسار الخانة x_{31} لأنها تحقق أكبر تخفيض في التكلفة (7-)، ويتم تحريك كمية عبر المسار تساوي:

$$Min(1550, 1400, 1200)= 1200$$

وعليه يصبح الحل المحسن:

إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	14	12 / 1400	10	1400
S_2	15	17 / 200	13 / 1300	1500
S_3	11 / 1200	13	12 / 350	1550
b_j الاحتياج	1200	1600	1650	

التكلفة الكلية ستنخفض بـ: 8400= (1200)7، أي تنتقل من 62900 إلى 54500

نتحقق من ذلك: $Z= 12(1400)+17(200)+13(1300)+11(1200)+12(350)=54500$

الحل المحسن في المرحلة الأولى مقبول لأن: $m+n-1=3+3-1=5$ ويساوي عدد الخانات المملوءة 5.

طريقة التوزيع المعدل (انطلاقا من الحر الأولي بطريقة الركن الشمالي الغربي):

الخطوة الأولى: البحث عن U_i وV_j للخانات المملوءة(المتغيرات الداخلة في الحل)، والتي تحقق: $U_i+V_j= C_{ij}$

$x_{11}: U_1+V_1= 14, U_1= 0 \Longrightarrow V_1= 14$

$x_{12} : U_1+V_2= 12, U_1=0 \Longrightarrow V_2= 12$

$x_{22} : U_2+ V_2= 17, V_2= 12 \Longrightarrow U_2= 5$

$x_{23} : U_2+V_3= 13, U_2= 5 \Longrightarrow V_3= 8$

$x_{33} : U_3+V_3= 12, V_3= 8 \Longrightarrow U_4= 4$

الخطة الثانية: نبحث عن فروق التكلفة δ_{ij} لكل الخانات الفارغة(المتغير خارج الحل وغير الأساسية)، بتطبيق العلاقة:

$$\delta_{ij}= C_{ij}- U_i- V_j$$

$x_{13} : \delta_{13}= C_{13}- U_1- V_3= 10-0-8= 2> 0$ لا يمكن تحسين الحل

$x_{21} : \delta_{21}= C_{21}-U_2V_1= 15-5-14= -4<0$ يمكن تحسين الحل

$x_{31} : \delta_{31}= C_{31}-U_3-V_1= 11-4-14= -7 < 0$ يمكن تحسين الحل

$x_{32} : \delta_{32}= C_{32}-U_3-V_2= 13-4-12= -3< 0$ يمكن تحسين الحل

بما أن أحد فروق التكلفة سالب، فهذا يعني أن الحل الأول بطريقة الركن الشمالي الغربي ليس أمثل، وبالتالي يمكن تحسينه.

تحسين الحل الأولي:

الأفضل اختيار مسار الخانة x_{31} لأنها تحقق أكبر تخفيض في التكلفة(-7)، ويتم تحريك كمية عبر مسار مغلق ينطلق من الخانة x_{31}، الكمية المحركة تساوي: $Min(1550, 1400, 1200)= 1200$

وعليه يصبح الحل المحسن:

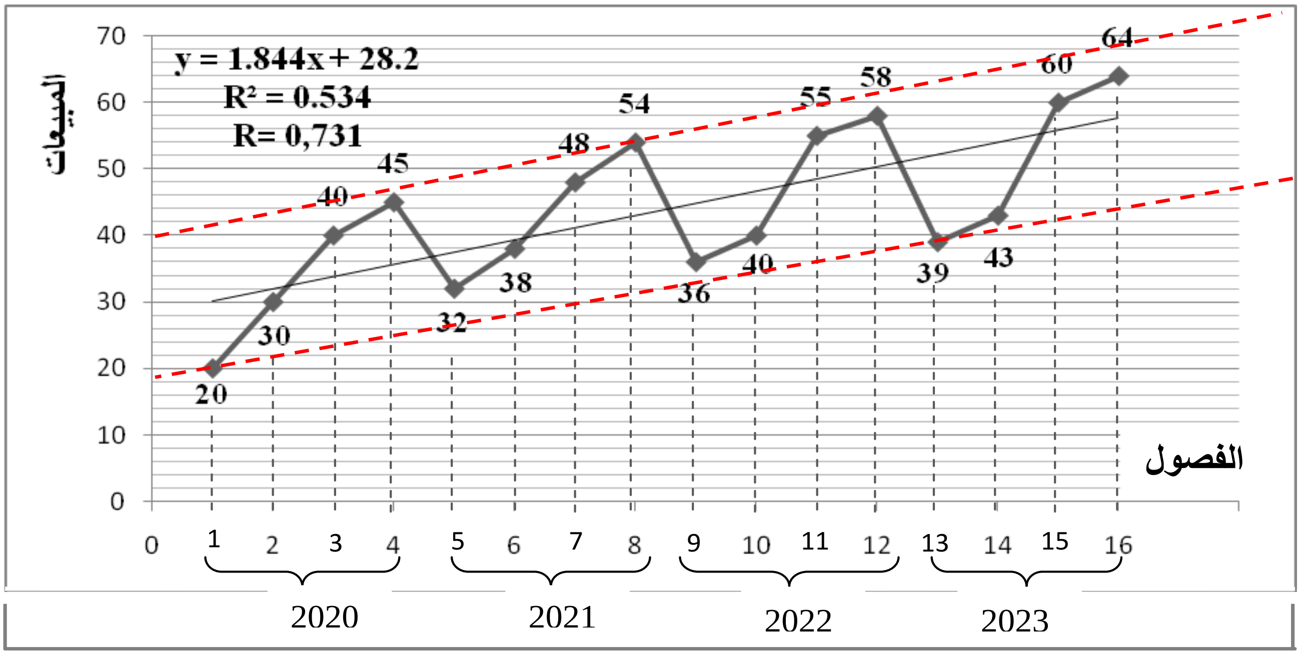
إلى / من	D_1	D_2	D_3	a_i المتاح
S_1	14	12 / 1400	10	1400
S_2	15	17 / 200	13 / 1300	1500
S_3	11 / 1200	13	12 / 350	1550
b_j الاحتياج	1200	1600	1650	

التكلفة الكلية ستنخفض بـ: $7(1200)= 8400$، أي تنتقل من 62900 إلى 54500

نتحقق من ذلك: $Z= 12(1400)+17(200)+13(1300)+11(1200)+12(350)=54500$

الحل المحسن في المرحلة الأولى مقبول لأن: $m+n-1=3+3-1=5$ ويساوي عدد الخانات المملوءة 5.

التمرين الثالث: (8 ن)



1. استنتاج الاتجاه العام في السلسلة الزمنية: (0.5 ن)

عند رسم خطين متوازيين يحتويان الرسم البياني، نجد أن الشريط مائل نحو الأعلى، مما يشير إلى وجود اتجه عام خطي متزايد ، معادلته: $y= ax + b$ مع معامل انحدار a موجب، وثابت التقاطع مع محور التراتيب b موجب.

2. استنتاج الموسمية (أي الفصلية): (0.5 ن)

نلاحظ من الشكل أن المبيعات تتزايد دائما في الصول الثلاث الأولى من كل سنة، ثم تتراجع بشكل كبير في الفصل الرابع في الفصل الرابع والأخير، مما يبيين وجود موسمية درجتها $k= 4$.

3. تفسير المعادلة وقيمة R في الشكل: (0.5 + 0.5 ن)

المعادلة: $y= 1,884\ x + 28.2$ يمثل معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية؛ x الزمن (الفصول)، وهي 4 فصول من كل سنة من السنوات الثلاث (2020 ← 2023)، x يأخذ القيم 1، 2، 3، 4 (الفصول الأربعة من 2020)...، ويأخذ القيم 13، 14، 15، 16 (الفصول الأربعة من 2023)، أما y فيمثل المبيعات الفصلية.

أما $R= 0.731$ فتمثل معامل الارتباط بين الزمن x والمبيعات y، وبما أن R موجب، فيعني وجود علاقة موجبة بين المبيعات والزمن، وبما أن R قريب من 1، فيدل على علاقة ارتباط قوية بين المبيعات والزمن.

4. حساب المتوسطات الفصلية والمتوسط العام والمعاملات الفصلية: (1+ 0.5 + 1 ن)

المتوسطات الفصلية $\bar{y}_i$: $\bar{y}_i= \sum_j y_{ij}\ /n$، حيث: n عدد السنوات؛ y_{ij} مبيعات الفصل j من السنة i

$\bar{y}_1= (20+32+36+39)/4= 31.75$

$\bar{y}_2= (30+38+40+43)/4= 37.75$

$\bar{y}_3= (40+48+55+60)/4= 50.75$

$\bar{y}_4= (45+54+58+64)/4= 55.25$

المتوسط العام: $\bar{Y}= y_{ij}/\ m$؛ حيث: m عدد الفصول؛ y_{ij} مبيعات الفصل j من السنة i

$\bar{Y} = (31.75+ 37.75+ 50.75+ 55.25)/\ 4= \mathbf{43.875}$

المعاملات الفصلية: $s_j= \bar{y}_j/\bar{Y}$

$s_1= 31.75/\ 43.875= \mathbf{0,72}$

$s_2= 37.75/\ 43.875= \mathbf{0,86}$

$s_3= 50.75/\ 43.875= \mathbf{1,16}$

$s_4= 55.25/43.875= \mathbf{1,26}$

5. أحسب القيمة الاتجاهية للفصول 17؛ 18؛ 19 و20 (فصول سنة 2024): (1 ن)

بالتعويض في معادلة الاتجاه العام بالقيم 17؛ 18؛ 19؛ و20:

$\hat{y}_{17}= 1,844(17)+ 28,2 = \mathbf{59,55}$

$\hat{y}_{18}= 1,844(18)+ 28,2 = \mathbf{61,39}$

$\hat{y}_{19}= 1,844(19)+ 28,2 = \mathbf{63,24}$

$\hat{y}_{20}= 1,844(20)+ 28,2 = \mathbf{65,08}$

6. التنبؤ بالمبيعات للفصول 17؛ 18؛ 19؛ 20 (فصول سنة 2024): (1.5 ن)

بضرب القيم الاتجاهية في المعاملات الموسمية $y_i = s_j\ \bar{y}_j$

$y_{17}= 0,72\ (59,55)= \mathbf{42,88}$

$y_{18}= 0,86(61,39)= \mathbf{52,79}$

$y_{19}= 1,16\ (63,24)= \mathbf{73,36}$

$y_{20}= 1,26\ (65,08)= \mathbf{82,00}$

7. التنبؤ بالمبيعات لسنة 2024 باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة (م م 4): (0.5 + 0.5 ن)

$mm(k=4,\ t= 17)= (39+43+60+65)/4= 57,75$

ومنه: $mm(k=4,\ t=18)= 57,75$؛ $mm(k=4,\ t= 19)= 57,75$؛ $mm(k=4,\ t= 20)= 57,754$

وهذا يجعل متوسط المبيعات المتوقعة لسنة 2024 يساوي: 57.75.

المقارنة: طريقة المتوسطات المتحركة أقل كفاءة من طريقة المعاملات الموسمية، لأنها تعتمد التمهيد في التنبؤ، من خلال التخلص من التغيرات العشوائية، لكنها في نفس الوقت تخفي التغيرات الفصلية وتبقي فقط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، عكس طريقة المعاملات الفصلية التي تجمع بين الاتجاه العام وتأخذ في الاعتبار التغيرات الموسمية من خلال حساب المعاملات الفصلية، لكنها لا تستخدم التمهيد لإزالة أثر التغيرات العشوائية على عملية التنبؤ.