

# Chapitre 2

## Effort tranchant

# Chapitre 2

## Effort tranchant

### 2.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre 4 du Béton armé 1 que, dans le cas de la flexion simple, une section quelconque de la pièce étudiée était soumise à un moment de flexion, dont nous avons examiné l'influence dans le chapitre précité, et un effort tranchant dont nous allons maintenant considérer les effets.

### 2.2 Glissement transversal, Glissement longitudinal, Fissures provoquées par l'effort tranchant

Pour une poutre soumise à la flexion (fig. 1.1), l'effort tranchant **T**, tend à faire glisser la partie de la poutre située à gauche d'une section quelconque (**S**), perpendiculaire à la ligne moyenne, par rapport à la partie située à droite de cette section ; c'est **le glissement transversal**. Il en résulte dans (**S**) des contraintes de cisaillement  $\tau$ , appelées également **contraintes tangentés**, qui forment un système en équilibre avec l'effort tranchant **T**.

En dehors de ces contraintes transversales de cisaillement, l'effort tranchant provoque également des contraintes longitudinales de cisaillement.

Pour le démontrer, on considère l'équilibre d'un petit parallélépipède **CDEF**, de côtés **dx** et **dy** (dx et dy étant très petits) et de hauteur égale à la largeur **b** de la poutre.

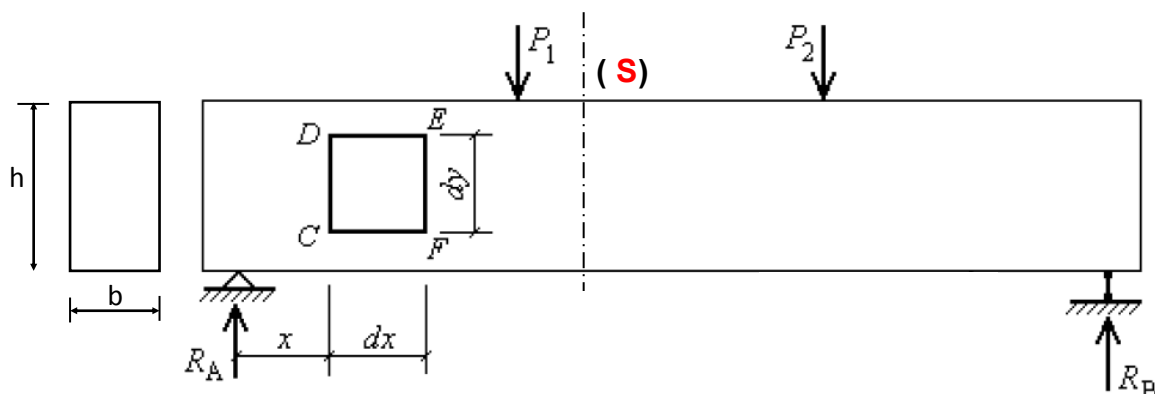
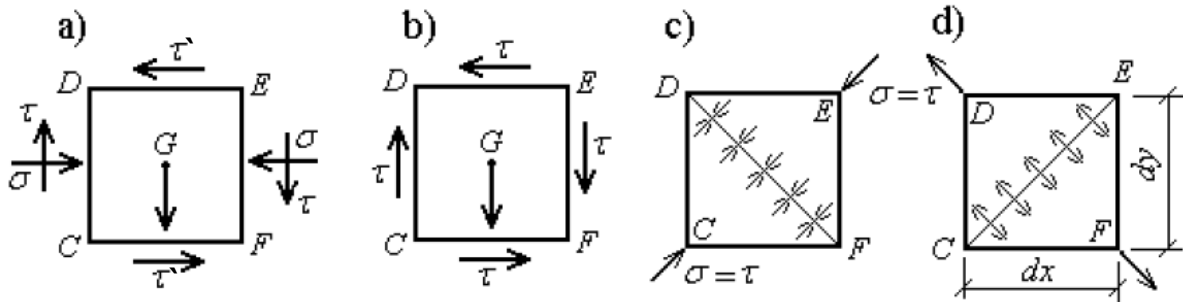


Fig. 1.1 : Poutre soumise à la flexion simple



**Fig. 1.2 :** Schémas des contraintes tangentielles agissant suivant la surface de parallélépipède  $CDEF$  (fig. a, b) et celui des contraintes de traction et de compression agissant sous angle de  $45^\circ$  (fig. c, d)

Le parallélépipède  $CDEF$  (fig. 1.2,a) est en équilibre, donc le moment, par rapport à son centre de gravité  $G$ , des forces qui lui sont appliquées est nul.

Les forces appliquées sont :

- le poids propre, dont la résultante passe par  $G$  à un moment nul par rapport à ce point ;
- les contraintes normales sur  $CD$  et  $EF$  qui, étant donné que  $dy$  est petit, auront également une résultante passant par  $G$ , donc un moment nul par rapport à  $G$  ;
- les contraintes tangentielles,  $\tau, \tau + d\tau, \tau', \tau' + d\tau'$ .

La somme des moments par rapport à  $G$  des forces appliquées s'écrit donc:

$$\tau b dy \frac{dx}{2} + (\tau + d\tau) b dy \frac{dx}{2} - \tau' b dx \frac{dy}{2} - (\tau' + d\tau') b dx \frac{dy}{2} = 0$$

En négligeant  $d\tau dy (dx/2)$  et  $d\tau' dx (dy/2)$  (comme des valeurs Infinitement petites), on obtient:

$$\tau = \tau'$$

Par conséquent, sur deux surfaces rectangulaires entre elles et ayant leur origine au même point, surfaces telles que  $CD$  et  $CF$ , les contraintes tangentes ont la même valeur et ces contraintes convergent toutes deux vers  $C$  ou s'éloignent toutes deux de  $C$  (fig. 1.2,b).

En supposant que  $dx = dy$ , on a que deux forces concourant en **C** ont pour valeur  $\tau \cdot b \cdot dx$  et leur résultante est  $\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}$ . Il en sera de même pour les deux forces concourant en **E**. Donc le plan passant par **DF** sera soumis à un effort de compression  $\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}$ , comme la surface du plan considéré située à l'intérieur de l'élément a pour valeur  $b \cdot dx \sqrt{2}$ , il en résulte que la contrainte de compression sur **DF** sera égale à :

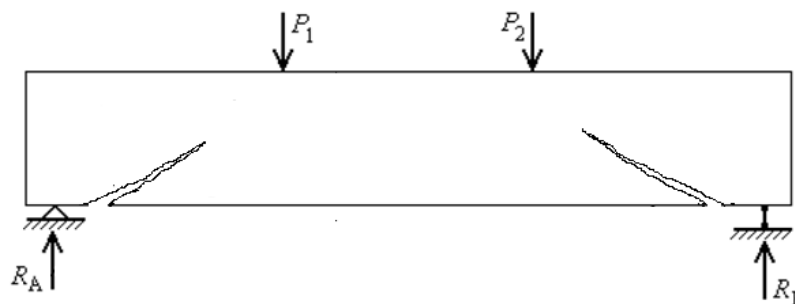
$$\frac{\tau \cdot b \cdot dx \sqrt{2}}{b \cdot dx \sqrt{2}} = \tau$$

On peut montrer de la même manière, que le plan passant par **CE** (fig. 5.2,d) est soumis à une contrainte de traction égale à  $\tau$ .

En résumé, on a vu que, dans une poutre à ligne moyenne horizontale, l'effort tranchant provoque :

- sur des éléments verticaux et sur des éléments horizontaux ayant même origine, des contraintes égales à  $\tau$ ;
- sur des éléments inclinés à  $45^\circ$  sur la ligne moyenne, des contraintes de compression ou de traction ayant également pour valeur  $\tau$ .

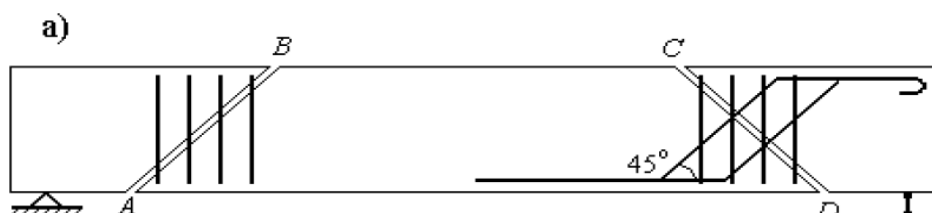
Comme la résistance du béton à la traction est faible, les efforts de traction sur les plans inclinés à  $45^\circ$  risquent, s'ils sont assez élevés, de créer des fissures. Ces fissures se produisent là où l'effort tranchant est le plus élevé, c'est-à-dire près des appuis.



**Fig. 1.3** : Effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

Donc l'effort tranchant avait pour effet de créer des fissures inclinées sensiblement à  $45^\circ$  sur la ligne moyenne. On peut donc dire, schématiquement, que si de telles fissures apparaissent, la partie  $ABCD$  de la poutre (fig. 1.4) tendra à se détacher et à tomber. On conçoit qu'il soit nécessaire de rattacher cette partie  $ABCD$  au reste de la poutre à l'aide d'armatures transversales.

Ces armatures peuvent être : des armatures droites, inclinées ou une combinaison des deux dispositifs.



**Fig. 1.4** : Effets produits par l'effort tranchant dans une poutre fléchie en béton armé

### 2.3 Contrainte tangente conventionnelle (B.A.E.L. A.5.1)

Justifications de l'âme d'une poutre :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 \cdot d}$$

Avec :

$\tau_u$  : Contrainte tangente conventionnelle

$V_u$  : la valeur de calcul de l'effort tranchant vis-à-vis de l'état limite ultime ( $1.35G + 1.5Q$ ),

$b_0$  : la largeur de l'âme,

$d$  : la hauteur utile de la poutre.

### 2.4 Contrainte tangente limite ultime (B.A.E.L. A.5.1)

La détermination de la contrainte tangente limite ultime  $T_u$  dépend des cas rencontrés.

- **Cas des armatures transversales droites ( $\alpha = \pi/2$ , fig. 1.5)**

- Fissuration peu préjudiciable :  $\bar{\tau}_{su} = \min(0.2 f_{cj}/\gamma_b ; 5 \text{ MPa})$
- Fissuration préjudiciable et très préjudiciable :  $\bar{\tau}_{su} = \min(0.15 f_{cj}/\gamma_b ; 4 \text{ MPa})$

- **Cas des armatures transversales inclinées à 45° :**

$$\bar{\tau}_{su} = \min(0.27 f_{cj}/\gamma_b ; 7 \text{ MPa})$$

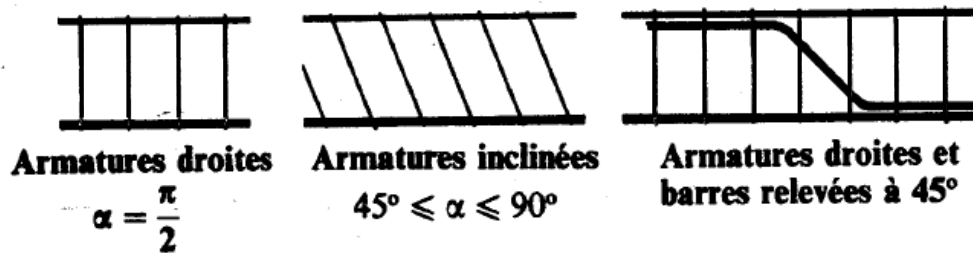


Fig. 1.5 : Dispositions des armatures transversales

## 2.5 Armatures transversales d'une poutre

### 2.5.1 Détermination des armatures d'âme (B.A.E.L. A.5.1, 23)

La justification vis-à-vis de l'état limite ultime des armatures d'âme s'exprime par la relation :

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0,3 f_{tj k})}{0,9 f_e (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

Avec :

- **$A_t$**  : section d'un cours d'armatures transversales ;
- **$s_t$**  : espacement entre deux cours successifs de cadres ou d'étriers ;
- **$b_0$**  : épaisseur de l'âme ;
- **$f_{tj}$**  : contrainte caractéristique de traction du béton à **j** jours, plafonnée à 3,3 MPa ;
- **$\alpha$**  : angle d'inclinaison des cadres ;
- **Coefficient K :**
  - **$K = 0$**  , dans le cas de reprises de bétonnage, ou lorsque la fissuration est jugée très préjudiciable,
  - **$K = 1$**  , cas de flexion simple, sans reprise de bétonnage ou reprise avec d'indentation dont la saillie atteint au moins 5 mm.

### Espacements des armatures transversales dans les cas courants :

Avec :  $\alpha = \pi/2$  (armatures droites),  $K = 1$ ,  $A_t$  fixé (section des cadres, étriers)

$$s_t \leq \frac{0,9 A_t \cdot f_e}{\gamma_s \cdot b_0 (\tau_u - 0,3 f_{tj})}$$

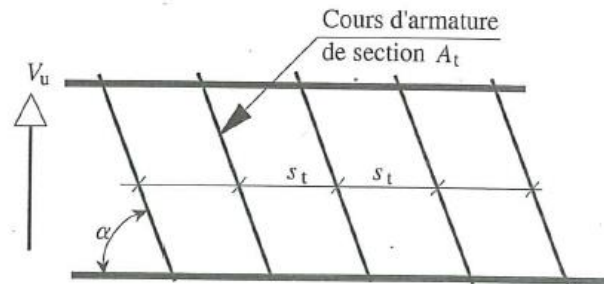


Fig. 1.6 : Armatures d'âme de poutre

### 2.5.2 Règle de Caquot pour la détermination pratique des espacements

#### ❖ Conditions d'application

- Charges uniformément réparties
- Section constante de poutre
- Cas de flexion simple et  $k = 1$ .

#### ❖ Démarche à suivre

- 1- Calcul de l'espacement  $s_t$  à l'appui ( $s_{t0}$ ):  $A_t$  étant fixe, on utilise la formule présentée dans le paragraphe 1.5.1.
- 2- Position du premier cours à une distance  $s_{t0}/2$  de l'appui (figure 1.7).

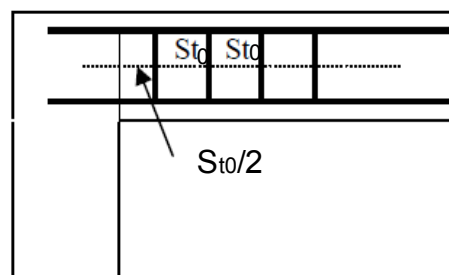


Fig. 1.7 : Position du premier cours

3- Espacements suivants en prenant la suite des valeurs en cm:

7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35, 40

Chaque valeur d'espacement est répétée autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée.

### 2.5.3 Méthode analytique pour la détermination pratique des espacements

- Calculer le premier espacement  $S_{t0}$  pour  $V_{u0}$  à  $x = 0$  et placer le premier cadre à  $S_{t0}/2$ .
- Répéter ensuite l'espacement  $n$  fois (avec «  $n$  » nombre de mètres dans la 1/2 portée) .
- Calculer l'effort tranchant pour cette nouvelle abscisse  $x = S_{t0}/2 + n.S_{t0}$ ,
- Calculer le nouvel espacement  $s_t$  pour ce nouveau  $V_u$ ,
- Répéter l'opération jusqu'à atteindre  $V_u = 0$  ou  $s_{tmax}$  (voir 1.5.1).

### 2.5.4 Dispositions constructives

#### ➤ Pourcentage minimal d'armatures transversales (A.5.1,22)

- Il faut vérifier :  $s_t \leq \min(0.9 d, 40 \text{ cm})$  et  $s_t \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0.4 b_0}$

- Donc :  $s_{tmax} = \leq \min(0.9 d, 40 \text{ cm}, \frac{A_t \cdot f_e}{0.4 b_0})$

Unités :  $s_t$  et  $b_0$  en cm ;  $A_t$  en  $\text{cm}^2$  ;  $f_e$  en MPa.

#### ➤ Diamètre des armatures d'âme (A.7.2,2)

- $\varnothing_t \leq \min\left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \varnothing_l\right)$

$\varnothing_l$  : diamètre des armatures longitudinales.

## 2.6 Justifications aux appuis

### 2.6.1 Appui de rive

- A l'appui de rive les charges sont transmises par une bielle de béton unique inclinée à  $45^\circ$  ;



- Deux vérifications doivent être faites concernant:
  - la section d'armatures longitudinales
  - la compression de la bielle de béton.

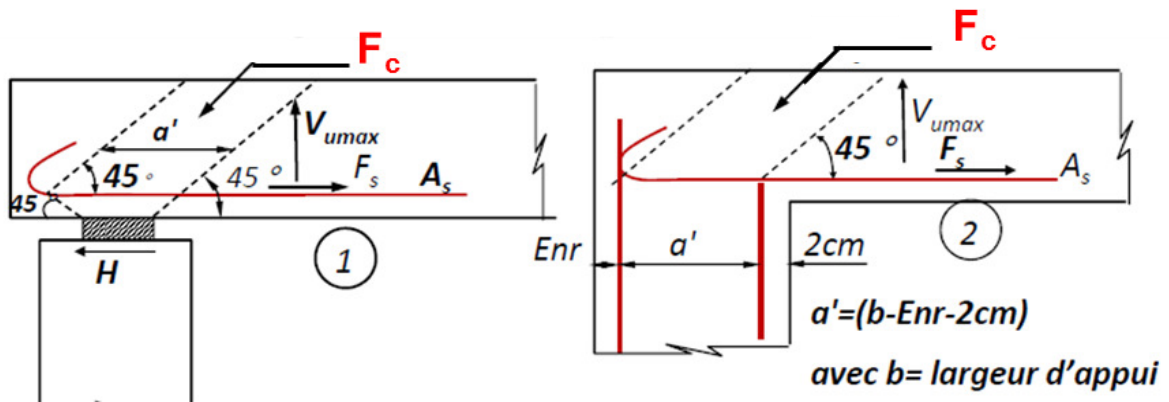


Fig. 1.8 : Appui simple d'about (types 1 et 2)

#### a°) Vérification des armatures longitudinales :

$$F_c = V_{u\max} \times \sqrt{2} ; \quad F_s = \frac{F_c}{\sqrt{2}} + H = V_{u\max} + H$$

Où «**H**» est la force horizontale éventuellement transmise par l'appui :

- D'où la condition :

$$A_s \geq \frac{(V_{u\max} + H) \times \gamma_s}{f_e}$$

- Dans le cas d'un appui de type 1 cette section d'acier doit être totalement ancrée au-delà du bord de l'appui.
- En pratique, la moitié des aciers nécessaires en travée est prolongée jusqu'aux appuis (on prolonge en général le premier lit inférieur).

#### b°) Vérification de la compression de la bielle de béton :

- La bielle de béton supporte une compression :  $F_c = V_{u\max} \times \sqrt{2}$
- sur une section  $b_0 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$  où (a) se calcule par :  $a = \min(a' ; 0,9 \times d)$

$$\sigma_{bc} = \frac{V_{u\max} \times \sqrt{2}}{b_0 \times \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \times V_{u\max}}{b_0 \times a} \leq \frac{0,8 f_{cj}}{\gamma_p}$$

d'où :

$$V_{u \max} \leq 0,4 \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b} b_0 \times a$$

donc :

$$a \geq \frac{3,75 V_U}{b_0 \cdot f_{c28}}$$

- Dans la pratique, cette condition est généralement vérifiée, excepté lorsque l'appui est peu long : appui d'une poutre sur un mur de refend par exemple.

### 2.6.2 Appui intermédiaire:

Les aciers inférieurs doivent équilibrer:

$$F_s = V_{\max} - \frac{M_u}{z} \text{ avec } M_u \text{ en valeur absolue}$$

- Pour  $z = 0,9 \times d$  et  $F_s = A_s \times f_e / s$  il vient que :

$$A_s = \frac{(|V_{u \max}| - \frac{|M_u|}{0,9 \times d}) \times \gamma_s}{f_e}$$

- Les bielles de béton doivent vérifier de part et d'autre de l'appui :

$$V_{u \max} \leq 0,4 \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b} b_0 \times a$$

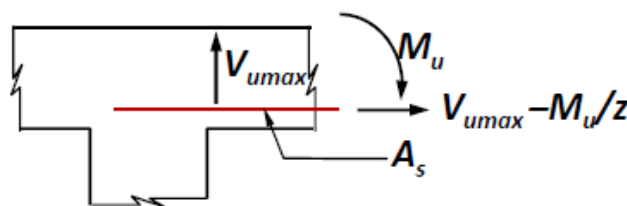


Fig. 1.9 : Appui intermédiaire

## 2.7 Application de la règle des coutures aux sections en T

### ❖ Jonction table nervure d'une section en T

- Pour la jonction table nervure, il faut vérifier :

#### a°) le béton dans la jonction

$$\tau_{table} = \tau_{âme} \times \frac{b_0}{0,9 \times h_0} \frac{b_1}{b} \leq \overline{\tau}_u$$

$$\tau_{âme} = \frac{V_u}{b_0 \times d}$$

#### b°) les aciers de couture de la table:

$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{table}$  : Sont généralement des aciers longitudinaux de la dalle constituant la table de la poutre

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{table} \geq \left(\frac{\tau_{table} - 0,3 \times f_{t28}}{f_e}\right) \times h_0 \times \gamma_s$$

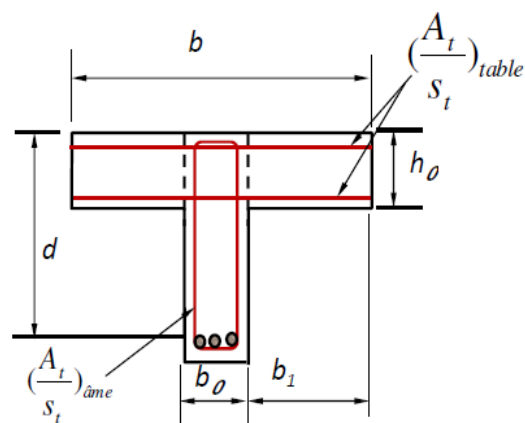


Fig. 1.10 : Jonction table nervure d'une section en T