TP N°3 : Interpolation de newton

Objectif

Programmation de la méthode de **Newton** à fin de traiter le problème d'interpolation qui consiste à déterminer l'unique polynôme de degré n passant par les $(n+1)$ points de collocation $(x_i, f(x_i))$ pour $i=0,1,2\ldots n$.

Principe de la méthode d'Interpolation de Newton

Soient $n+1$ points distincts de $\mathbb{R}^2$ à interpoler : $(x_i, f(x_i))$ pour $i=0,1,2\ldots n$. On rappelle que $n+1$ polynômes de Newton ω_k associés au problème sont définis par :

$$\omega_k \in P_k: \begin{cases} \omega_0 = 1 \\ \omega_k(x) = (x - x_0) \ldots (x - x_{k-1}) = \prod_{j=0}^{k-1} (x - x_j), \qquad k = 1 \ldots n \end{cases}$$

Où P_k désigne l'espace vectoriel de polynômes de degré inférieur ou égal à k. On rappelle également la formule de récurrence qui définit les $n+1$ différences divisées de f :

$$\begin{cases} f[x_0] = f(x_0) \\ f[x_0, \ldots, x_k] = \dfrac{f[x_1, \ldots, x_k] - f[x_0, \ldots, x_{k-1}]}{x_k - x_0}, k = 1 \ldots n \end{cases}$$

Le polynôme d'interpolation de f s'écrit dans la base de Newton :

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f[x_0, \ldots, x_k]\, \omega_k$$

Travail demandé

1- Calculer à la main des différences divisées des 4 points : (0,1) ; (1,2) ; (2,9) ; (3,28).
2- Ecrire une fonction pour calculer les différences divisées (diff_div.m).
3- Exécuter ce programme sur les mêmes points qu'à la question précédente.
4- Ecrire une fonction pour calculer l'interpolation de Newton (inter_newton.m).
5- Exécuter ce programme pour les points : (0,1) ; (1,2) ; (2,9) ; (3,28).