

## Chapitre III

### Torsion

#### 1. Introduction

Une poutre peut être soumise à un moment de torsion lorsque les forces appliquées sont excentrées par rapport à son plan de symétrie longitudinal (**Figure 1**).

On note (T) l'effort de moment de torsion

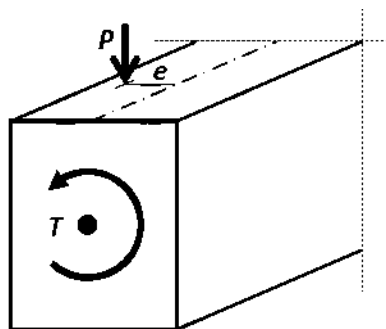


Figure 1 : Définition de la torsion

#### 2. Comportement des poutres sollicitées par un moment de torsion

Au cours de l'augmentation de la charge P et par conséquent du moment de torsion T, on observe la formation de fissures (bielles de béton) en hélice (Figure 2). L'inclinaison des fissures change avec l'augmentation du moment de torsion, on constate de plus que les aciers longitudinaux sont mis en traction. La traction étant d'autant plus forte qu'ils sont éloignés du centre de gravité de la section droite de la poutre.

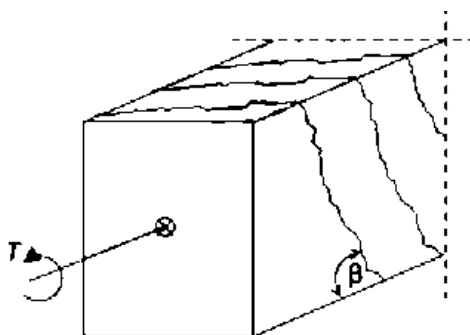


Figure 2 : Fissuration d'une poutre soumise à un moment de torsion

Le schéma de rupture comprend trois modes de base:

- *Compression dans les bielles de béton (sur les parois verticales et horizontales).*
- *Traction dans les armatures transversales (sur les parois verticales et horizontales).*
- *Traction dans les armatures longitudinales.*

#### 3. Contrainte tangente de torsion

La contrainte tangente de torsion se calcule de la manière suivante:

### a. Section creuse

La contrainte tangente de torsion ( $\tau_{uT}$ ) adoptée par les règles BAEL, est donnée par la relation suivante:

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2.\Omega.b_0}$$

Où:

$T_u$  : Moment de torsion à l'état limite ultime

$b_0$  : Epaisseur réelle de la paroi, si cette épaisseur est au plus égale au sixième du diamètre  $D$  du plus grand cercle inscrit dans le contour extérieur de la section (Figure 3).

cc

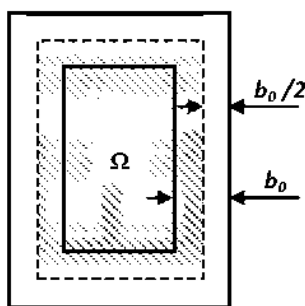


Figure 3: La définition de la section  $\Omega$

Si  $b_0 > \frac{D}{6}$ , il faut remplacer la paroi réelle par une paroi fictive d'épaisseur  $b_f = \frac{D}{6}$  et prendre:

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2.\Omega.b_f}$$

$\Omega$  : Aire intérieure du contour tracé à mi-épaisseur de la paroi réelle (si  $b_0 \leq \frac{D}{6}$ ) ou fictive (si

$b_0 > \frac{D}{6}$ )

### b. Section pleine

Les essais montrent que le noyau d'une section pleine ne joue aucun rôle dans la résistance à la torsion.

En conséquence, la section réelle peut être remplacée par une section creuse équivalente (figure. 2) dont l'épaisseur de paroi ( $b_f$ ) est égale au sixième du diamètre ( $D$ ) du plus grand cercle inscrit dans le contour de la section (Figure 4).

La contrainte tangente de torsion se calcule donc par la formule:

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2.\Omega.b_f}$$

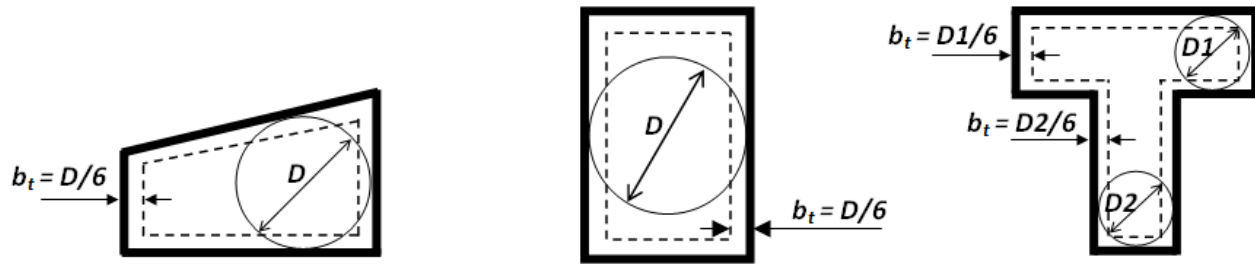


Figure 4: Section creuse équivalente à la section pleine

#### 4. Vérification du béton

##### 4.1. Calcul de la contrainte tangentielle combinée

La contrainte tangente de torsion ( $\tau_{uT}$ ) doit être combinée avec la contrainte tangente due à l'effort tranchant ( $\tau_{uV}$ ). On distingue les cas suivants:

##### a. Cas d'une section creuse d'une épaisseur réelle $b_0$

La contrainte tangente de torsion est donnée par:

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2 \Omega b_0} \text{ si } b_0 \leq D/6$$

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2 \Omega b_t} \text{ si } b_0 > D/6$$

La contrainte tangente de cisaillement ( $\tau_{uV}$ ) pour une section creuse d'épaisseur réelle  $b_0$  est:

$$\tau_{uV} = \frac{V_u}{2 b_0 d}$$

Dans ce cas il faut vérifier que :

$$\tau_u = \tau_{uT} + \tau_{uV} \leq \bar{\tau}_u$$

##### b. Cas d'une section pleine

La contrainte tangente de torsion est donnée par:

$$\tau_{uT} = \frac{T_u}{2\Omega b_t} \text{ et } b_t = D/6$$

La contrainte tangente de cisaillement:

$$\tau_{uV} = \frac{V_u}{b.d} \text{ et } b: \text{ la largeur minimale de la section pleine.}$$

Dans ce cas il faut vérifier que:

$$\tau_u^2 = \tau_{uT}^2 + \tau_{uV}^2 \leq (\overline{\tau_u})^2$$

#### 4.2. Contrainte tangentielle limite

Les armatures d'âme droites étant les seules à être utilisées en torsion, la contrainte tangentielle limite  $\overline{\tau_u}$  est donc définie comme suit:

- Dans le cas de fissuration non préjudiciable:

$$\tau_u \leq \overline{\tau_u} = \text{Min} \left[ 0.20 \cdot \frac{f_{ct}}{\gamma_b}, 5 \text{ MPa} \right]$$

- Dans le cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

$$\tau_u \leq \overline{\tau_u} = \text{Min} \left[ 0.15 \cdot \frac{f_{ct}}{\gamma_b}, 4 \text{ MPa} \right]$$

### 5. Calcul des armatures de torsion

Les armatures de torsion se composent d'un double système d'armatures longitudinales et transversales qui viennent en complément aux armatures calculées et disposées pour résister aux autres sollicitations (flexion simple, effort tranchant,...). Ces armatures sont déterminées par l'application de la règle des coutures (voir chapitre effort tranchant).

#### 5.1 Armatures longitudinales

##### a. calcul des armatures

On calcule les armatures longitudinales en appliquant la règle des coutures au plan de la section droite de l'élément (Figure 5):

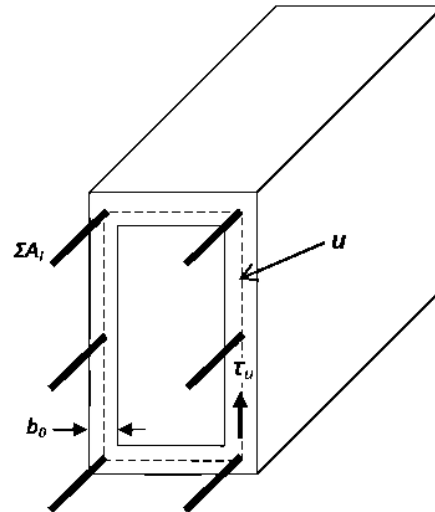


Figure 5 : Utilité des armatures longitudinales dans une poutre soumise à un moment de torsion

$$\frac{\sum A_l \cdot f_{su}}{b_0 \cdot u} (\cos 90^\circ + \sin 90^\circ) = \tau_u = \frac{T_u}{2 \cdot b_0 \cdot \Omega} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sum A_l}{u} \cdot f_{su} = \frac{T_u}{2 \cdot \Omega}$$

$\sum A_l$  : La somme des sections des aciers longitudinaux à répartir sur le pourtour du contour de l'aire  $\Omega$ .

$u$  : Le périmètre du contour d'aire  $\Omega$ .

Les armatures longitudinales doivent être régulièrement réparties sur le périmètre ou bien concentrées aux angles. Dans le cas où la torsion et la flexion sont concomitantes les armatures de torsion s'ajoutent à celles de flexion.

### b. Pourcentage minimal

La section totale doit respecter le pourcentage minimal des poutres soumises à un effort tranchant selon les formules suivantes:

$$\frac{\sum A_l \cdot f_e}{b_0 \cdot u} \geq 0,4 \text{ MPa} \quad \text{si } b_0 \leq D/6$$

$$\frac{\sum A_l \cdot f_e}{b_0 \cdot u} \geq 0,4 \text{ MPa} \quad \text{si } b_0 > D/6$$

## 5.2. Armatures transversales

### a. Calcul des armatures

La section des armatures transversales est obtenue en appliquant la règle des coutures au plan perpendiculaire aux parois de l'élément (Figure 6):

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \cdot f_{su} \cdot (\cos 90^\circ + \sin 90^\circ) = \tau_u = \frac{T_u}{2 \cdot b_0 \cdot \Omega} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_t}{S_t} \cdot f_{su} = \frac{T_u}{2 \cdot \Omega}$$

$A_t$  : Est la section d'un cours d'armatures transversales situées dans l'épaisseur (réelle ou fictive) de la section.

Les armatures transversales ainsi calculées s'ajoutent aux armatures nécessaires pour équilibrer l'effort de cisaillement.

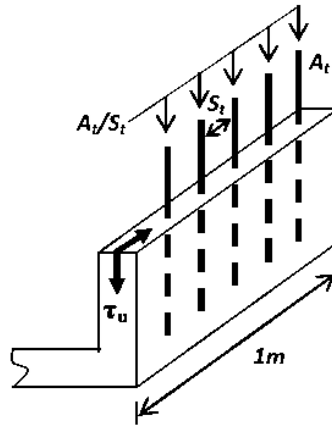


Figure 6 : Utilité des armatures transversales dans une poutre soumise à un moment de torsion

### b. Pourcentage minimal

La section totale doit respecter la condition suivante:

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b \cdot S_t} \geq 0,4 \text{ MPa} \quad \text{Tel que ;}$$

- $b$  : la largeur de la section pour une section pleine.
- $b_0 = 2 \cdot b$  : pour une section creuse d'épaisseur de parois  $b_0$ .

#### 5.2.1. Espacement maximal

Comme pour l'effort tranchant, l'espacement ( $S_t$ ) des cours successifs d'armatures transversales d'âme doit vérifier la condition suivante:

$$S_t \leq \min[0,9d, 40 \text{ cm}]$$

### Exercices

### Exercice 1

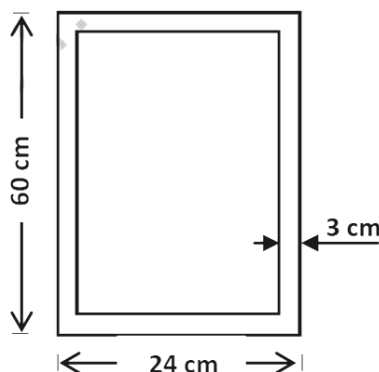
Étudier le ferrailage d'une poutre à section rectangulaire creuse  $b = 24$  cm,  $h = 60$  cm ( $d = 55$  cm) et  $b_0 = 3$  cm, soumise à un moment de torsion pure  $T_u = 15$  KN.m

- Béton:  $f_{c28} = 25$  MPa

- Acier:  $Fe E 400$  pour les armatures longitudinales.

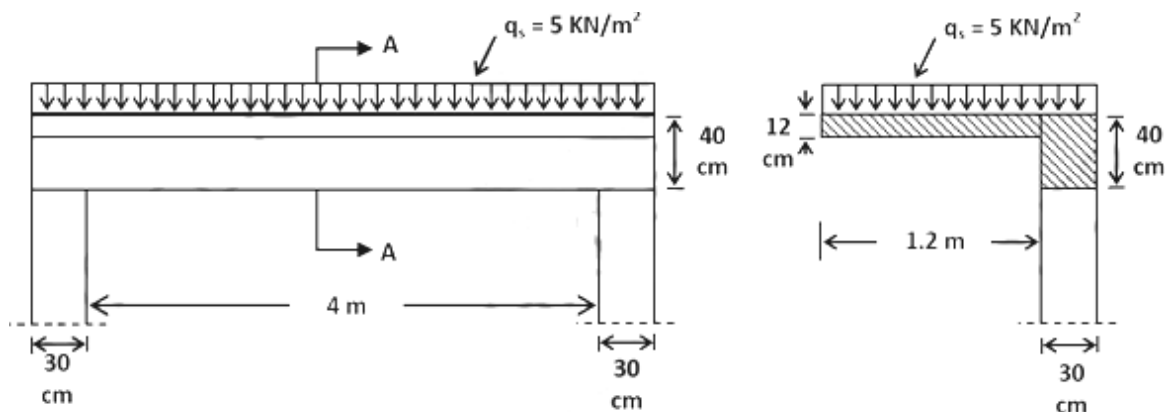
$Fe E 240$  pour les armatures transversales.

- Fissuration préjudiciable.



### Exercice 2

Soit une poutre de section rectangulaire de dimensions  $(30 \times 40)$  cm<sup>2</sup> avec  $d = 36$  cm, encadrée à ces deux extrémités et supportant un auvent d'épaisseur 12 cm et chargé d'une action variable  $q_s$  (voir la figure ci-dessous).



Les armatures utilisées sont des  $HA Fe E 400$ , le béton à une résistance en compression à 28 jours égale à  $25$  MPa. On considère que la fissuration est peu préjudiciable, avec reprise de bétonnage dans la poutre.

On demande ;

1. De déterminer les sollicitations dans la poutre.
2. De faire les vérifications nécessaires de béton.
3. De calculer les armatures longitudinales.
4. De calculer les armatures transversales.