محاضرات فى الإقتصاد القياسى
لطلبة معهد البحوث والدراسات العربية (ماجستير قتصاد)

إعداد

أ.د/ ثامر محمود العانى

مفردات مادة الإقتصاد القياسى

ماجستير اقتصاد

معهد البحوث والدراسات العربي

١-مفهوم الإقتصاد القياسى وعلاقته بالعلوم الأخرى

- أهداف الإقتصاد القياسى
- منهج الإقتصاد القياسى (مراحل بناء نموزج إقتصاد قياسى)

٢-تحليل الإنحدار وقياس العلاقات الإقتصادية

- الإنحدار والعلاقة السببية
- الصياغة الرياضية للعلاقة بين المتغيرات الإقتصادية
- الشكل الإنتشارى
- أهداف تحليل الإنحدار والإرتباط

٣-نموذج الإنحدار الخطى البسيط Simple Linear Regression

- سمات معادلة الإنحدار الخطى البسيط
- تقدير معادلة خط الإنحدار
- تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى OLS
- مماييل التحديد R^2
- اختبار t
- اختبار F
- جدول تحليل التباين (ANOVA)

٤-نموذج الإنحدار الخطى المتعدد Multple Linear Regression

- سمات النموذج
- تقدير النموذج
- معامل التحديد R^2
- اختبار t

- اختبار F
- جدول تحليل التباين

٥-مشاكل الإقتصاد القياسى

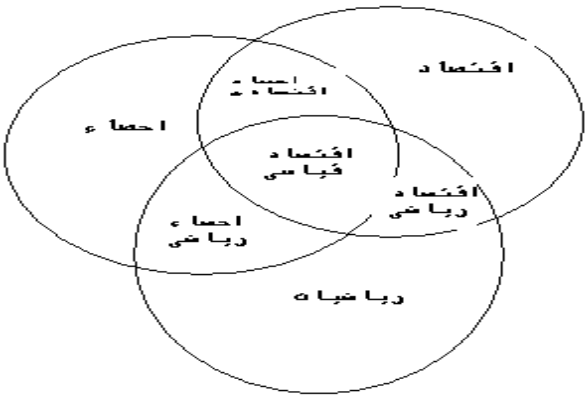
- مشكلة الإرتباط الذاتى Autocorrelation
- مشكلة التداخل الخطى المتعدد Multicollinearity
- مشكلة عدم تجانس التباين Heteroscealasticity

١-**مفهوم الإقتصاد القياسى Econometrics**

يعتبر الإقتصاد القياسى أسلوب من أساليب التحليل الإقتصادى الكمى، يهتم بصياغة وتقدير واختيار وتحليل النماذج الإقتصادية مستخدماً النظرية الإقتصادية والإحصاء والرياضيات، بهدف إختيار النظريات الإقتصادية المختلفة من ناحية والمساعدة فى عملية إتخاذ القرارات ووضع السياسات الإقتصادية من ناحية أخرى.

١-٢ **علاقة الإقتصاد القياسى بالعلوم الأخرى**

يمكن ملاحظة العلاقة بين الإقتصاد القياسى والعلوم الأخرى من خلال الشكل رقم (١).



شكل رقم (١-١) العلاقة بين الإقتصاد القياسى والعلوم الأخرى

حيث نلاحظ أن الإقتصاد القياسى ناتج من حاصل تفاعل ثلاث علوم أساسية هى الإقتصاد والإحصاء والرياضيات، إن الإقتصاد القياسى يختلف عن الإقتصاد الرياضى Mathematical Economics فى أنه يحتوى فى النماذج القياسى Econometric

Model على المتغير العشوائىRandom Variable(سنأتى على توضيحه لاحقاً) بينما تكون نماذج الإقتصاد الرياضى Econometric ModelMathematicalمحددة (مضبوطة) Extra or deterministic formفى صيغتها، كما يختلف الإقتصاد القياسى عن الإحصاء الإقتصادى Economic Statics فى أنه يهتم بتقدير النماذج إحصائياً واختيارها للتأكيد عن حسن مطابقتها للواقع ومن ثم استعمالها بهدف تحقيق أهداف النموذج القياسى بينما يهتم الإحصاء الإقتصادى بأساليب جمع وإعداد وتصنيف البيانات الإقتصادية.

كذلك يختلف الإقتصاد القياسى عن الإحصاء الرياضى StaticsMathematicalفالبياناات الإقتصادية غير مختبرية Mon experimental dataإذ أنه لا يمكن الحصول عليها بإجراء تجارب متحكم فيها، وبالتالى فإنها لا تستوفى الفروض العشوائية Random assumption الأساسية اللازمة لاستخدام الإحصاء الرياضى على الرغم من أن الإحصاء الرياضى يجهز الإقتصاد القياسى بأدوات تحليلية تستخدم فى دراسة العلاقات بين المتغيرات الإقتصادية وبطرق خاصة فى معالجة الأخطاء فى قياسات تلك المتغيرات.

١-٣ أهداف الإقتصاد القياسى

يهدف الإقتصاد القياسى إلى تحقيق ثلاثة أهداف هى:

١-اختيار النظريات الإقتصادية والتحقق من مدى انطباق هذه النظرية مع الواقع الفعلى، ومن ثم يمكن قبولها أو رفضها أو تعديلها والتوصل إلى نظرية أقتصادية جديدة.

٢-المساعدة فى عملية اتخاذ القرارات الإقتصادية من خلال توفيره لتقديرات كمية للعلاقات الإقتصادية بين المتغيرات، فالإقتصاد القياسى يمكنه توفير مثلاً تقديرات عن مرونتين العرض والطلب، وأن هذه التقديرات تعتبر مهمة فى عملية اتخاذ القرارات الإقتصادية.

٣-المساعدة فى وضع وتقييم السياسات الإقتصادية من خلال توفيره التنبؤات عن المتغيرات الإقتصادية فى المستقبل.

١-٤ منهج الإقتصاد القياسى EconomicsMethodology of

يتحدد منهج الإقتصاد القياسى فى بناء النموذج الإقتصادى القياسى بالمراحل الخمسة التالية:

١-**المرحلة الأولى:** مرحلة التوصيف StaySpecification فى هذه المرحلة يتم الإعتماد على النظرية الإقتصادية والإقتصاد الرياضى لتحديد العلاقة بين المتغيرات التى تتعلق بالمشكلة المراد البحث فيها وصياغتها رياضياً، فمثلاً أن نظرية الإستهلاك الكينزية تحدد أن الإنفاق الإستهلاكى يعتمد على الدخل المتاح للإتفاق، هذه النظرية يمكن التعبير عنها فى شكل رياضى كما يلى :

$Y= bo + b_{1X}$ 1-1

1- Keynes J..M, The General Theory of Embayment, interot and Money, Harcourt Brace Govanovich,inc New york, 1936.p.96

حيث أن :

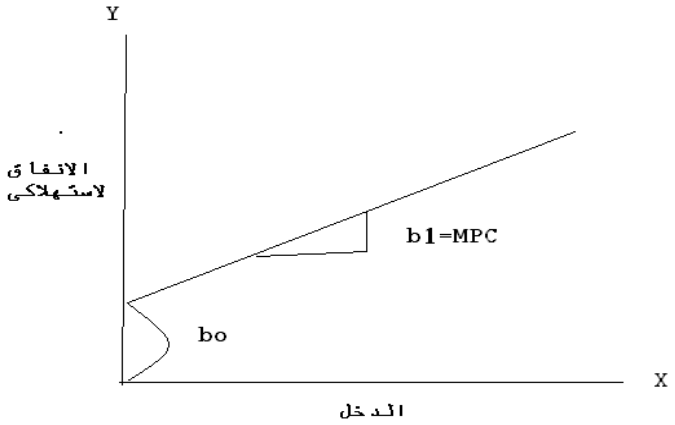
Y: الإنفاق الإستهلاكى (المتغير التابع أو المعتمد Dependent Variable)

X: الدخل المتاح للإنفاق (المتغير المستقل Independent Variableأو المتغير التفسيرى Explanatory Variable).

bo: معامل التقاطع Intercept coefficient ويمثل حد ثابت أو قيمة y عندما y=0 وهو الإستهلاك المستقل (التلقائى).

B_1: معامل الإنحدار Regression Coefficient ويمثل ميل الدالة slop وهو الميل الحدى للإستهلاك Marginal Propensity to consume (MPC)ويكون أكبر من الصفر وأصغر من واحد.

وتشير النظرية الإقتصادية إلى أن هناك علاقة طردية موجبة بين الدخل المتاح للإنفاق الإستهلاكى، أى إذا زاد الدخل المتاح للإنفاق سوف يزداد الإنفاق الإستهلاكى والعكس صحيح، إن المعادلة (١-١) عبارة عن مثال للنموذج الرياضى أى بمعنى هناك علاقة مضبوطة (محددة) بين Y و X. والمحاولة (١-١) يمكن أن تمثل بالشكل التالى:



الشكل رقم (١-٢) دالة الإستهلاك الكينيزية

اقتصادية، فإن الإنفاق الإستهلاكية لا يعتمد فقد على الدخل المتاح للإنفاق ، وإنما يتأثر بالعديد من المتغيرات الإقتصادية وغير الإقتصادية مثل العادات والتقاليد والدين والمستوى الثقافى والإجتماعى [١] هذه المتغيرات يصعب أخذها فى الإعتبار بوضوح لصعوبة قياسها كمياً من ناحية، وللسماح للعلاقات غير المضبوطة (غير المحدودة) inexact بين المتغيرات الإقتصادية من ناحية ثابتة، عدل المختصون فى الإقتصاد القياسى (Econometricians) العلاقة المحددة لدالة الإستهلاك رقم (١-١) deterministic consumption function بالشكل التالى:

$$Y = bo + b1X + U \quad ---(2\text{-}1)$$

حيث أن ما تمثل حد الخطأ أو القلق disturbance or error term

والذى يمثل المتغير العشوائى (التصادقى)Random (stochastic) variable

وأن U تشمل كل هذه المتغيرات التى تؤثر الإنفاق الإستهلاكى وليس يصعب أخذها فى الإعتبار بوضوح. أن المعادلة رقم (١-٢) تمثل نموذج اقتصاد قياسى .

٢-**المرحلة الثانية:** مرحلة جمع البياناتData Collection Stage

فى هذه المرحلة يتم جمع البيانات عن الإنفاق الإستهلاكى Y والدخل المتاح للإنفاق X

٣-**المرحلة الثالثة: مرحلة التقدير** Estimation Stage

بعد مرحلتى التوصيف وجمع البيانات يتم تقدير قيم معاملات النموذج (b0,b1) وذلك من خلال إختيار الأسلوب القياسى المناسب.

Appropriate Econometric techniqueبعد التأكد من شروط التشخيص

Conditions Identificationومشكلة التجميع Aggregation Problem والتعدد الخطى (الإرتباط الخطى المتعدد) Multicollinariby Problemومشكلة الإرتباط الذاتى Auto correlationومشكلة عدم ثبات (تماشى) التباي Heterosce dosticity ومن أكثر الطرق القياسية شيوعاً طريق المربعات الصغرى الإعتيادية Ordinary Least Squares (OLS) وبإجراء تحليل الإنحدار على المعادلة رقم (١-٢) يتم الحصول على المعادلة المقررة التالية :

$$\hat{y} = \hat{b}0 + \hat{b}1 \qquad (3\text{-}1)$$

حيث أن :

^: hot (قيمة) وهى تشير إلى القيمة التقديرية

y^: القيمة المقررة لـ y

b0 لـ = = :b^0

b1 لـ = = :b^1

٤-**المرحلة الرابعة:** مرحلة التقييم للتقديرات Evaluation of estimates بعد تقدير معلمات النموذج القياسى، تأتى مرحلة التقييم وذلك من أجل تحديد المعولية Reliability على نتائج التقديرات ولأجل تحقيق ذلك هناك ثلاثة معايير Criteria

أ- **معيار المعلومات الإقتصادية المسبقة: Economic Apriori Criteria**

يختص هذا المعيار ببيان موطن اتفاق الإشارات والقيم المقررة لمعاملات إنحدار النموذج القياسى مع مثيلاتها فى النظرية الإقتصادية، فإذا كانت الإشارات والقيم المقدرة لا تتحقق مع مثيلاتها فى النظرية الإقتصادية، فإن النموذج القياسى المقدر يجب أن يعدل أو يرفض.

ب–المعيار الإحصائى: اختيارات الدرجة الأولى: Statistical Criteria :First-Order tests

تتحدد هذه الإختيارات بموجب النظرية الإحصائية من أجل تقييم المعولية الإحصائية Statistical reliability لتقديرات معالم Parameters النموذج (b0 ,b1) القياسى، وهذه الإختيارات هى :

١–معامل التحديد R^2 :Coefficient of determination والذى يوضح مقدار ما يفسره المتغير أو (المتغيرات) المستقلة X من التغير الحاصل فى المتغير التابع (المعتمد) y ويتراوح بين الصفر والواحد الصحيح.

٢–اختيار t (t – test) والذى يستخدم فى اختيار معنوية معالم الإنحدار المقدرة b0,b1 والذى يعتمد على الإنحراف المعيارى Standard divination أو الخطأ المعيارى standard error.

٣–اختيار F (F – test) والذى يستخدم فى اختيار معنوية معادلة الإنحدار المقدرة.

ج– معيار الإقتصاد القياسى:اختيارات الدرجة الثابتة

Econometric criteria : Second-order test

يستخدم هذا المعيار كاختيارات من الدرجة الثانية (أى اختيارات على الإختيارات الإحصائية) as test of the statistical test أى أنها تحدد مدى المعولية reliability على المعيار الإحصائى، وهذه الإختيارات تساعدنا فى معرفة مدى تمنع التقديرات بالخصائص المرغوبة لعدم التحيز unbiasedness والاتساق Consistency.

تواجه الإقتصاد السياسى مشاكل عديدة منها مشكلة الإرتباط الذاتى Autocorrelation والخاصة بالمتغير العشوائى (التى سنأتى عليها لاحقاً) ولفرض اختيار هذه المشكلة نستخدم اختيار يدعى اختيار دورين واتس Durbin-watson test ونستخدم إحصاءة (d) (d) The statisticكمعيار اقتصاد قياسى فى تقييم نتائج التقديرات، والمشكلة الثانية التى تواجه بناء النموذج القياسى هى مشكلة عدم تجانس التباين Heterosceba sticity والخاصة بالمتغير العشوائى أيضاً (التى سنأتى عليها لاحقاً) ونستخدم اختيارات كثيرة للتأكد من وجود هذه

المشكلة ومن أهمها معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman's rank correlation coefficient أماالمشكلة الثالثة فهى مشكلة الإرتباط الخطى التام Multicollinearipyومن أهم الإختبارات التى تسخدم فى الكشف عنه هو اختبار The Forrar-glauber test.

وأخيراً يجب استعمال المعايير أعلاه، الإقتصادية والإحصائية والقياسية مثل قبول أو رفض التقديرات estimates.

٥-المرحلة الخامسة: مرحلة التطبيق The application stage

فى هذه المرحلة يتم تطبيق أهداف النموذج وهى :

أ- التنبؤ.

ب-تقييم السياسة الإقتصادية القائمة.

ج-تحليل الهيكل الإقتصادى القائم.

١-٥ الخصائص المرغوبة للنموذج القياسى

Desirable Properties of an Econometric Model

١-**القبول النظرى** Theoretical Plausibility

يجب أن يكون النموذج منسجم مع افتراضات النظرية الإقتصادية، وكلك يجب أن يصفها بشكل كاف.

٢-**القدرة التفسيرية**Explanatory ability

يجب أن يكون النموذج قادر على تفسير السلوك الفعلى للمتغيرات الإقتصادية، وكذلك يجب أن يكون منسجم مع السلوك المشاهد (الملاحظ) للمتغيرات الإقتصادية للعلاقة المدروسة.

٣-**الدقة فى تقدير المعلمات** Accuracy of the estimates parameters

تقدير المعاملات (coefficients) يجب أن يكون وثيق ويقترب من المعلمة الحقيقية (true parameters) للمجتمع الإحصائى، وأن هذه التقديرات يجب أن تحمل الخصائص المرغوبة وهى عدم التحيز، الإتساق والكفاءة (Efficiency) .

٤-**القدرة على التنبؤ** Abilityforecasting

يجب أن يعطى النموذج تنبؤات مقنعة للتغيرات الإقتصادية فى المستقبل.

٥-البساطة Simplicity

يجب أن يمثل النموذج القياسى الظاهرة الإقتصاديةلمدرسة فى أبسط شكل وفى أقل عدد من المعادلات الرياضية.

٦-١ مكونات النموذج القياسى

فيما يلى مثال لنموذج اقتصاد قياسى كلى (نموذج كينزى) يوضح المفاهيم الأساسية للإقتصاد القياسى.

$C_t = b0 + b1 (y_t - T_0) + U1$----------1

$L_t = a_0 + a_1 y_{t-1} -1$ ----------2

$T_t = O_0 + O_1 y_t$ ----------3

$Y_t = C_t + I_t + G_t$----------4

$G_t = G_t$ ----------5

حيث أن :

C_t: الاستهلاك فى السنة t

Y_t: الدخل فى السنة t

T_t : الضرائب فى السنة t

L_t: الإستثمار فى السنة t

Y_{t-1}: الدخل فى السنة t_{-1}

G_t: الانفاق الحكومى فى السنة t

b_0:الاستهلاك التلقائى (عندما $y_t - T_t = 0$) ويكون موجب

b_1:الميل الحدى للإستهلاك وتكون قيمة أكبر من صفر وأصغر من ١

a_0: الاستثمار التلقائى (عندما $y_{t-1} = 0$) ويكون موجب

a_1: الميل الحدى للإستثمار ويكون أكبر من صفر

D_0: الضرائب (عندما يكون $y_t = 0$)

D_1: الميل الحدى للضرائب وتكون قيمته أكبر من صفر وأصغر من ١

وأن b_0 , b_1 , a_0 ,a_1 , D_0 , D_1تمثل معالم النموذج ينبغى تحديد قيمها بباستخدام الطرق القياسية فى التقدير مثل طريقة

نموذج الإنحدار الخطى Linear Regression Model

النموذج هو تمثيل رمزى مبسط للعالم الحقيقى قائم على مجموعة من الإفتراضات، وتعتمد البحوث العلمية على استخدام النماذج .

- ويمكن التعلبير عن العلاقة السببية بين x( ) و (y) كنموذج خطى يطلق عليه معادلة خط الإنحدار البسيط simple linear regression model

وتتخذ اليغة التالية:

$Yi=\propto + B\ x + ei \ldots i - 1, 2, \ldots n$

e i : حد الخطأ العشوائى

على سبيل المثال :- إذا كان الإستهلاك (y) دالة للدخل (x) فإذا كان الإستهلاك يرتبط بعلاقة مضبوطة تماما بالدخل فيمكن كتابة الصيغة الخطية للدالة كما يلى :-

$Yi = \propto + B\ x\ i$

ولكن هذا بعيد عن الواقع إذ لايمكن أن تحدث علاقة مضبوطة تماما فى كل محاولة من المحاولات .

لذلك لابد من إضافة حد جديد يطلق عليه حد الخطأ العشوائى error term الذى يرمز له بالرمز(e) والذى يمثل خطأ المشاهدة والحساب.

وعليه يمكن التعبير عن العلاقة بين الدخل والاستهلاك بمعادلة خط الإنحدار الخطى البسيط الآتية :

$$Yi = \propto + B\ x + ei$$

<u>مبررات إضافة حد الخطأ :</u>

هناك مجموعة من الأسباب التى تدعو لإدخال حد الخطأ العشوائى أهمها:-

١-صعوبة إدخال كافة المتغيرات المؤثرة فى الظاهرة

يتأثر المتغير الإقتصادى بعدة عوامل، فمثلا يتأثرالإستهلاك بمستوى الدخل ومستوى الأسعار والاصول السائلة ومعدل الفائدة وغيرها من العوامل والمتغيرات التى لايمكن حصرها حصرا دقيقاً، وهكذا يتضمن المتغير العشوائى كل الآثار المتجمعة من العوامل الأخرى المحذوفة والمتروكة بسبب جهل الباحث بها أو صعوبة قياسها أو عدم توفر بيانات عنها أو لضآلة تأثيرها.

٢-صعوبة تحديد سلوك البشر والتنبؤ به مسبقا

يمكن تقسيم السلوك الإنسانى إلى :

أ- سلوك يمكن التنبؤ به من خلال النمط العام (التكرار) الذى يمارسه السلوك الإنسانى.

ب-سلوك أو تصرفات تتسم بطابع العشوائية ولايمكن التنبؤ بها ويتأثر هذا السلوك بإرادة الإنسان وتطور عقليته وعاداته وأذواقه وتقاليده.

- فنلاحظ على سبيل المثال هناك عدة عوامل لها دخل متساوى وعدد أفراد متساوى وأاعمار متساوية إلا أن مقدار الإستهلاك يتفاوت من أسرة إلى أخرى.

٣-أخطاء فى قياس المتغيرات

يصعب فى كثير من الأحيان قياس المتغيرات الإقتصادية بدقة لسبب أو لآخر فلذلك لابد من إضافة المتغير العشوائى لاحتواء الخطأ فى القياس، مثال ذلك عند جمع بيانات الدخل يعطى بعض الأفراد أحياناً أرقام خاطئة غير حقيقية للدخل وأحياناً مبالغ بها.

٤-الصياغة الرياضية الخاطئة للنموذج

تكون الصياغة اللاخطية فى بعض الأحيان أكثر ملائمة فى التعبير عن العلاقة بين متغيرين إقتصاديين معينين فى حين يقوم الباحث بالتعبير عن هذه العلاقة بصيغة خطية، وأحياناً يحذف الباحث بقصد أو بدون قصد بعض المتغيرات المهمة فى النموذج وبعض النماذج لا يكفى معادلة واحدة فى التعبير عنها بل عدة معاملات.

٥-أخطاء فى تجميع البيانات

على سبيل المثال اختيار متغير المستوى العام للأسعار فى التغير عن سعر سلعة معينة فى حين أنه يحتوى على أسعار سلع مختلفة.

كيفية توفيق خط الإنحدار:

بغية توضيح كيفية توفيق (أو رسم) خط الإنحدار الذى يعبر عن متوسط العالقة بين المتغيرين (x) و (y) سنفترض أن لدينا مجموعة من المشاهدات لكل من (x) و (y)كما يلى :

Xi : x1, x2 , x3 , x4 ,------xn
Yi : y1 , y2 ,y3 , y4.....yn

ولغرض توفيق خط الإنحدار نتبع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى: نرسم الشكل الإنتشارى للأزواج المتناظرة من النقاط (xi, yi)

الخطوة الثانية: نرسم كلاً من x , y والتى تظهر بشكل خط عمودى وخط أفقى على التوالى حيث أن :-

$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$,$\bar{y} = \frac{\sum yi}{n}$,

الخطـــوة الثالثـــة:نحـــاول توفيـــق خـــط مســـتقيم يمـــر خـــلال أكبـــر عـــدد مـــن المشـــاهدات أو قريبـــاً منهـــا ويمـــر بنقطـــة تقـــاطعَ X, yَ يشـــاركه بـــالخط المقـــدر أو خط الإنحدار المقدر وصيغته العامة:

Yi = â+ b^ xi + ei ---------(1)

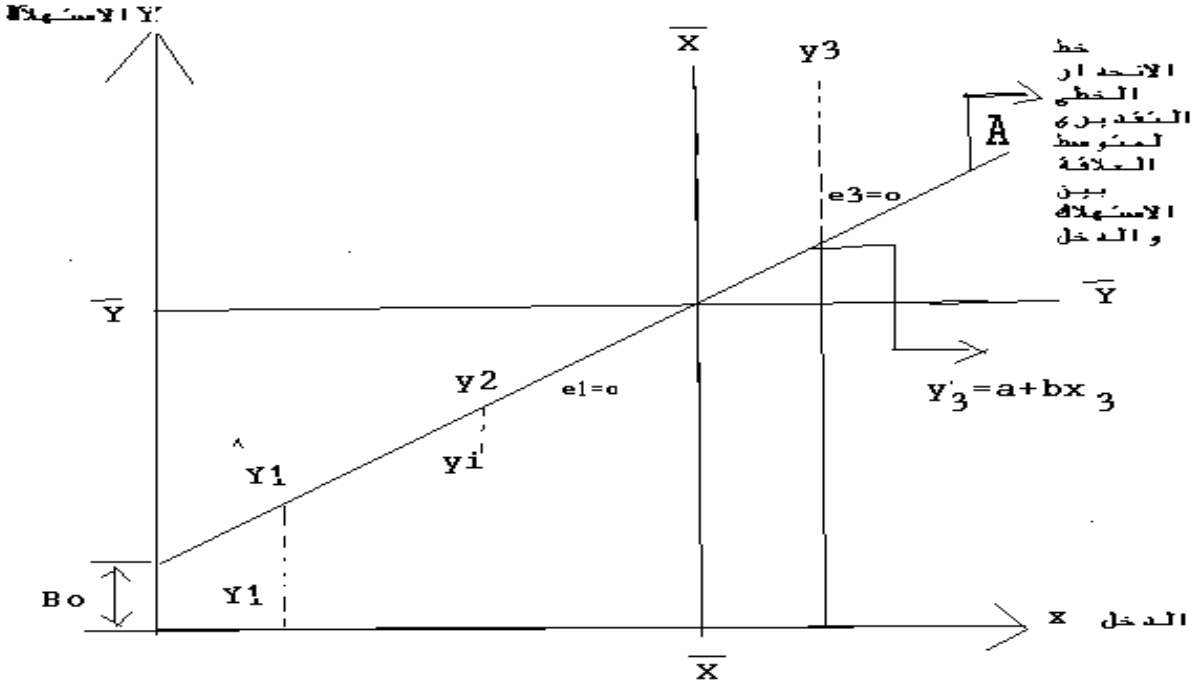
أما معادلته المقدرة فهى :

Yi = â + b^ xi ----------(2)

حيث أن eiحد الخطأ العشوائى وهى الفرق بين قيم yi الحقيقية وقيم yi^ التقديرية:

ei = yi - ^yi ----------(3)

والشكل البيانى التالى يوضح خط الإنحدار التقديرى لدالة الإستهلاك :



– ويعبر الخط AB_0 عن العلاقة الخطية المقدرة للإستهلاك ومن خلالها يمكن تقدير الإستهلاك (y) بالمتوسط عندما يتغير الدخل (xi).

– ويوضح الرسم أعلاه ثلاث حالات لقيم حد الخطأ العشوائى (ei) والذى يبين مدى ابتعاد قيم الإستهلاك الحقيقية عن قيم الإستهلاك التقديرية والتى تقع على خط الإنحدار AB_0 وهذه الحالات هى :–

الحالة الأولى : عندما تكون قيمة الإستهلاك الحقيقية أسفل خط الإنحدار $\hat{y}B_0$ فيكون قيمة حد الخطأ eiأقل من الصفر (سالبة) كما فى y_1.

الحالة الثانية: عندما تكون قيمة الإستهلاك الحقيقية y1 أعلى من خط الإنحدار التقديرى AB_0 فيكون حد الخطأ ei أكبر من الصفر (موجبة) كما فى (y_3).

الحالة الثالثة: عندما تقع قيمة الإستهلاك الحقيقية yi على خط الإنحدار التقديرى AB_0 فيكون حد الخطأ ei مساوياً كما فى النقطة Y_2.

- **<u>سمات معادلة الإنحدار الخطى البسيط</u>**

١-أن النقطةتقاطع (X̄,Ȳ) يجب أن تقع على خط الإنحدار المقدر.

٢-مجموع الإنحرافات عن خط الإنحدار المقدر يجب أن يساوى صفراً.

بمعنى : $\sum(Yi - \bar{Y}) = 0$

٣-مجموع مربعات الإنحرافات (الأخطأ) عن خط الإنحدار هى أقل ما يمكن .

بمعنى :$\sum Minimum \quad (Yi - \bar{Y})$

٤-يمكن استخدام معادلة خط الإنحدار فى التنبؤ عن قيمة (Y) لقيمة معينة من (X) غير موجودة فى العينة.

- **<u>تقدير معادلة خط الإنحدار</u>**

سبق أن وصفنا نموذج الإنحدار الخطى البسيط وفق الصيغة التالية :

$$Yi = \propto + BXi + ui$$

- المشكلة التى تواجهنا هى كيفية تقدير قيم ∝ , B تقديراً جيداً تتوافر فيه كل خصائص التقدير الجيد عند توفر بيانات عن X, Y.
- وبغية تقدير العلاقة السابقة بدقة لابد من الإعتماد على قاعدة سليمة تستند إلى مجموعة من الفروض يمكن تلخيصها بما يلى :

الفرض الأول : أن U_t متغير عشوائى حقيقى

بمعنى أنه لا يمكن التنبؤ بقيمة U_tبل تعتمد على المصادفة والعشوائية فيمكن أن يأخذ أى قيمة سالبة، موجبة موجبة أو صفراً.

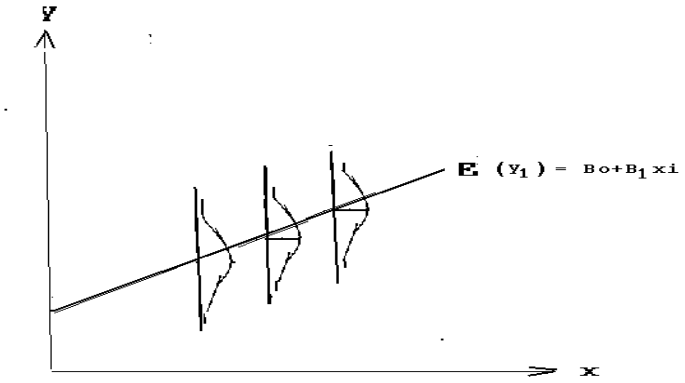
الفرض الثانى: متوسط قيم U فى أى فترة يكون مساوياً للصفر .

بمعنى : $E(U) = 0$

الفرض الثالث: تباين حد الخطأ (U)ثابت فى كل فترة أى أن قيم U لها نفس التشتت (التباعد) حول وسطها.

الفرض الرابع: يتوزع حد الخطأ U توزيعاً طبيعياً حول متوسط صفر وتباين ثابت فيكون على شكل جرس $N \sim (0 , 6^2U)$

وتتلخص الفروض الأربعة بالرسم التالى :



الفرض الخامس: استقلالية المتغيرات العشوائية بعضها عن بعض أى أنه لا توجد هناك علاقة بين قيم Ui المتعاقبة السابقة أو اللاحقة لها وخرق هذا الفرض يسبب فى حصول مشكلة الإرتباط الذاتى Auto Correlation

$$E(Ui , Ui) = o$$

$$E(U_t , Ut_{-1}) = o$$

الفرض السادس: عدم وجود علاقة بين قيم حد الخطأ (Ui)والمتغيرات المستقلة.

$$E(X_t , U_t) = o$$

خط انحدار العينة : إبتداءاً ينبغى عدم الخلط بين خط انحدار المجتمع الذى يعتمد على المجتمع بأكمله وبين خط انحدار العينة الذى لا يعتمد على مشاهدات العينة فقط.

حيث تأخذ معادلة خط انحدار المجتمع الصيغة التالية :

$Yi = \propto + BXi + ei$

وتمثل $\propto$, B معالم النموذج المجهولة unknown parameters أو يطلق عليها بمعاملات الإنحدار

Yi : Y قيمة المشاهدة للمتغير المعتمد

Xi : X قيمة المشاهدة للمتغير المستقل

ei : حد الخطأ العشوائى

وبعد تقديرها بالإستناد إلى عينة المشاهدات الخاصة بـ X , Y يطلق عليها معادلة انحدار العينة التقديرية وتأخذ الصيغة التالية :

$\hat{Y}i = \hat{a} + \hat{b} xi$

$\hat{Y}$– قيمة المتغير المعتمد المتنبأ به بواسطة خط الإنحدار للمشاهدة.

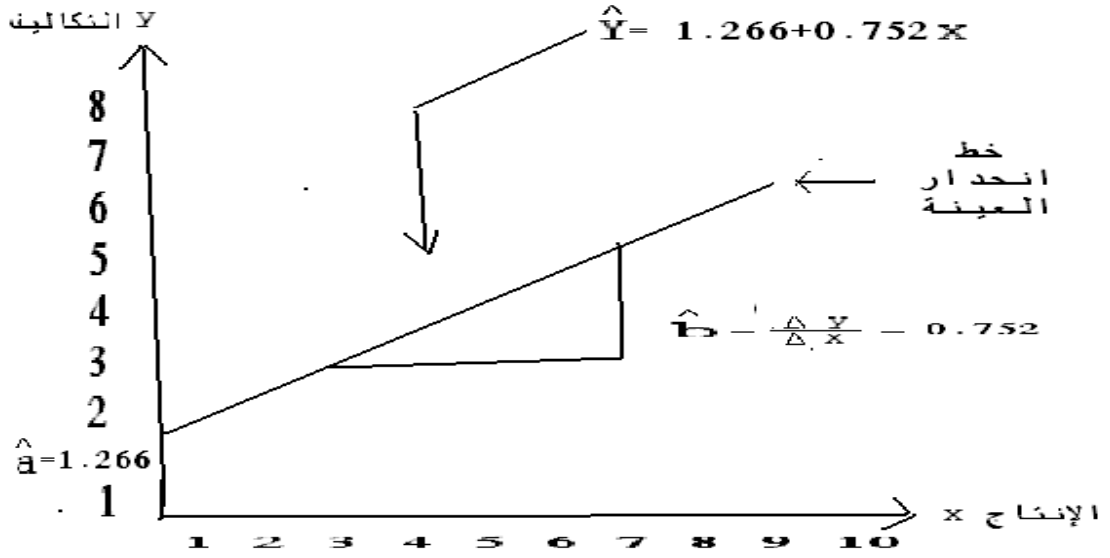
$\hat{a}$– قيمة الحد الثابت لنموذج الانحدار وتمثل هندسياً المسافة العمودية بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور العمودى [عندما تكون قيمة المتغير المستقل (x=o)] فإن قيمة المتغير التابع $Y = \hat{a}$

$\hat{b}$-تمثل ميل خط الانحدار عن المحور الأفقى وهى ظل زاوية الميل التى يصنعها خط الانحدار مع المحور الأفقى كما أنها تقيس التغير فى القيمة المتنبأ بها لـ Y والناجمة عن زيادة X بمقدار وحدة واحدة حيث أن $B=\frac{\Delta y}{\Delta x}$

فعندما $\Delta x = 1$ فإن $\Delta Y = B$

ويرينا الشكل التالى خط الانحدار المقدر للبيانات الخاصة بتكاليف Y وانتاج الحنطة X وكانت المعادلة التقديرية لخط الانحدار من عينة المشاهدات التالية :

الانتاج	X	1	2	4	8	6	5	8	9	7
التكاليف	Y	2	3	4	7	6	5	8	8	6



- **ما هو تفسير ١.٢٢٦؟**

هى قيمة ($\hat{a}$) مقدار A عندما X= o

- **ما هو تفسير ٠.٧٥٢؟**

هى قيمة (b^) المقدر B ولا تعنى الكلفة الشهرية المقدرة تزداد ٧٥٢ عندما يزدادالانتاج الشهرى بمقدار ١ طن.

Y: تعنى القيمة المحتبة للتكاليف الشهرية المقدرة استناداً إلى خط الانحدار المقد (خط انحدار العينة)

- **تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS**

Ordinary least sqare method

- بعد أن تعرفنا على أهم الفروض الخاصة بالتقدير السليم فإنه يمكن تقدير العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية باستخدام الطرق الرياضية والإحصائية واختبار تأثير بعضها على البعض الآخر، لعل من أفضل طرق التقدير هى طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS والتى يمكن من خلالها إيجاد القيم التقديرية لمعاملات الانحدار $B^{\wedge}o,$ $B^{\wedge}_1$للمعالم الحقيقية B_o,B_1فى المجتمع الإحصائى.
- ويتلخص جوهر هذه الطريقة يجعل مجموع مربع البواقى أصغر ما يمكن (أى جعل المسافة العمودية بين قيم كل مشاهدة والخط المطلوب تقديره أقل ما يمكن)
- فإذا كان لدينا معادلة خط الانحدار التالى :

$Yi = \hat{a} + b^{\wedge} x_1 + ei$ ----------(1)

- أما معادلة خط الانحدار المقدر :

$Y^{\wedge}I = \hat{a} + b^{\wedge} xi$ ----------(2)

ويطرح المعادلة (١) من (٢) ينتج :

$ei = Yi - Y^{\wedge}i$ ----------(3)

وبتربيع الطرفين وادخال علاقة الجمع عليها نحصل على :

$\sum ei^2 = \sum(Yi - Y^{\wedge}i)^2$ ----------(4)

وبتعويض قيمة Y^iفى المعادلة (٢) فى الصيغة (٤) نحصل على :-

$\sum ei^2 = \sum(Yi - \hat{a} - b^{\wedge}Xi)^2$ ----------(5)

وبغية جعل قيمة $\sum ei^2$ أقل ما يمكن هنالك شرطين:

أولاً: الشرط الضرورى necessary condition وهو ايجاد المشتقة الجزئية الأولى للمعادلة (٥) بالنسبة إلى $\hat{a}$, $B^{\wedge}$ على التوالى وجعلها مساوية للصفر فنحل على :-

$$\frac{d\sum ei2}{d\,\hat{a}} = 2\sum(Yi - \hat{a} - b\hat{}\, xi)\,(-1) = o \text{ ---(6)}$$

$$\frac{d\sum ei2}{d\,b\hat{}} = 2\sum(Yi - \hat{a} - b\hat{}\, xi)\,(-xi) = o \text{ ---(7)}$$

وبقيمة المعادلتى (6) و (7) على (2-) وادخال علامة الجمع فى القوس ينتج

$$\sum Yi - n\hat{a} - b\hat{}\sum xi = o \text{ ---------(8)}$$

$$\sum Xi\,Yi - \hat{a}\sum xi - b\hat{}\sum xi^2$$

وبإعادة ترتيب الحدود نحصل على :

$$\sum Yi = n\hat{a} - b\hat{}\sum xi \text{ ----------(10)}$$

$$\sum Xi\,Yi = \hat{a}\sum xi - b\hat{}\sum xi^2 \text{ ----------(11)}$$

وبقسمة المعادلة (10) على (n) ينتج :

$$\frac{\sum yi}{n} = \frac{na}{n} + b\hat{}\frac{\sum xi}{n}$$

$$\bar{Y} = \hat{a} + b\hat{}\bar{X}$$

وبإعادة ترتيب الحدود سوف نحصل على قيمة $\hat{a}$ التقديرية من العلاقة التالية:

$$\hat{a} = \bar{Y} - b\hat{}\,\bar{X} \text{ ----------(12)}$$

وبغية ايجاد قيمة $b\hat{}$ نضرب المعادلة (11)بـn والمعادلة (10)بـ Σxi ينتج :

$$n\Sigma xiYi = n\hat{a}\Sigma xi + nb\hat{}\,\Sigma xi$$

$$\Sigma xi\ \Sigma Yi = n\hat{a}\Sigma xi + b\hat{}\,(\Sigma xi)^2 \quad \text{وبالطرح}$$

$$n\Sigma xiYi - \Sigma xiYi = b\hat{}\,[n\Sigma xi^2 - (\Sigma xi)^2]$$

ويمكن ايجاد قيمة $b\hat{}$ التقديرية:

$$B^{\wedge} = \frac{n\sum xi\,Yi - \sum xi \sum Yi}{n\sum xi2 - (\sum xi)2} \text{------(١٣)}$$

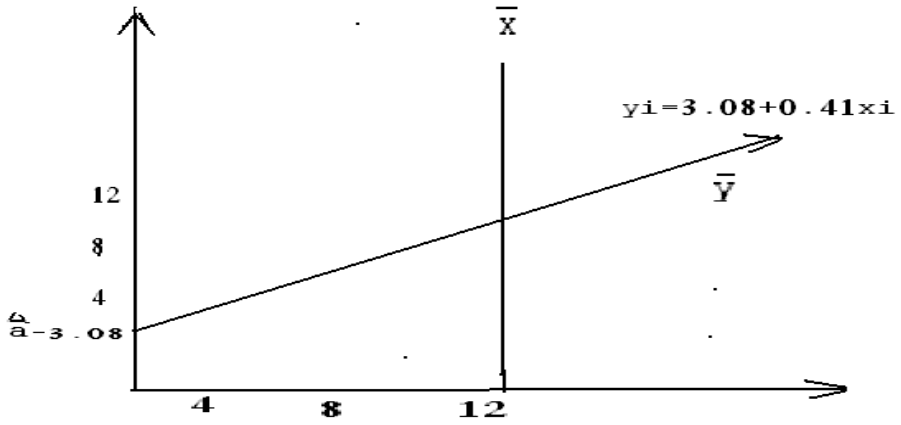
أو بصيغة أخرى :

$$B^{\wedge} = \frac{\sum xi\,Yi - n\,x\,\acute{Y}}{\sum xi2 - nx2} \text{----------(١٤)}$$

٠.٧٧	٦.٧٧	٨١	٥٠	٦	٧
٠		٨١٤	٥١٩	٤٠	٦٠

Σ

ويمكن رسم المعادلة التقديرية بخط الانحدار من خلال رسم النقطتين $(o, \hat{a}), (0, 3.08), (\bar{X}, \bar{Y}), (12.8)$ ثم نرسم خط مستقيم يصل بين النقطتين



أما بالنسبة إلى قيمة الاستهلاك المقدر عندما يكون حجم الدخل ٣٠

$Y = 3.08 + 0.41\ (30) = 15.38$

- **طريقة انحرافات المتغير عن وسطه**

تمثل هذه طريقة أخرى لإيجاد مقدرات نموذج الانحدار فإذا كانت لدينا المعادلة التقديرية لخط الإنحدار والمعادلة (12)

$Yi = \hat{a} + b\hat{}xi$

$\underline{\acute{Y} = \hat{a} - b\hat{}x}$ بالطرح

$(Yi - \acute{Y}) = b\hat{} (xi - x)$ ----------(15)

ويمكن التعبير عن المعادلة أعلاه بصيغة الانحرافات (بالحروف الصغيرة) كما يلى:

$yi = b\hat{}xi$ ----------(16)

$ei = yi - yi$ ----------(17)

وبتعويض المعادلة (١٦) فى المعادلة (١٧) ينتج :

$Ei = yi - b\hat{}xi$ ----------(18)

بتربيع الطرفين وادخال علاقة الجمع ينتج :

$\sum ei^2 = \sum(yi - b\hat{}xi)^2$

وأيضاً نحاول تصغير $\sum ei^2$ بأخ المشتقة الأولى بالنسبة لـ $b\hat{}$ونجعلها مساوية للصفر:

$\frac{d\sum ei2}{db\hat{}} = 2\sum(yi - b\hat{}xi)(-xi)=o$

وبالقسمة على (٢) وادخال علاقة الجمع داخل القوس ينتج :

$\sum xi^2 - \sum xiy: + b\hat{}$

$b\hat{} = \frac{\sum xiyi}{\sum x\,i\,2}$

ومن العلاقات المباشرة بين الإنحرافات والقيم الحقيقية التى يمكن الإستفادة منها :-

$\sum xi^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum xi)2}{n}$

$\sum xy = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}$

مثال :- جد المعادلة التقديرية باستخدام بيانات المثال السابق .

الحل : نبدأ العمل بعض الحسابات اللازمة:-

	x	y	X=x-x	Yi=y-Ý	xiyi	Xi
	10	8	-2	-2	0	4
	8	6	-4	-1	8	16
	13	9	1	1	1	1
	20	11	8	3	24	64
	9	6	-3	-2	6	9
∑	60	40	0	0	39	94

When: X=12

Y-8

$b^{\wedge}=\frac{\sum xiyi}{\sum x\,i2}=\frac{39}{94}=5041$ then : $q^{\wedge}=Ý-b^{\wedge}\,x=\ 8\ -0.\ 41(12)$

y: = 3.08 +0.41×i

نظرية الإستهلاك

الاستهلاك الدخل

X	y	xy	X^2	$y^{\wedge}$:	ei=y:− $y^{\wedge}$	e_1^2	X=x-x^	X^2	Y=y-y^{-}	Y^2
10	8	80	100	7.18	0.82	0.67	-2	4	0	0
8	6	48	64	6.36	-0.36	0.13	-4	16	-2	4
13	9	117	169	8.41	0.59	0.35	1	1	1	1
20	11	220	400	11.28	0.28	0.07	8	64	3	9
9	6	54	81	6.77	0.77	0.59	-3	9	-2	4
60	40	519	814		0	1.81	0	94	0	18

$X_{ó}=\frac{60}{5}=12$ $\quad$ $Ÿ-\frac{40}{5}=8$

$b^{\wedge}=b^{\wedge}=\frac{\sum xy-nx_{ó}Ÿ}{\sum X2-nx_{ó}2}=\frac{519-5\,(12)(8)}{814-5\,(12)2}=0.41$

$\hat{a} = bo^{\wedge} = \bar{Y} - b^{\wedge}\bar{x} = 8 - 0.14\,(12) = 3.08$

احسب معادلة الانحدار (١)

$$\hat{Y} = 3.08 + 0.41\,Xi$$

(٢) اختر معنوية معادلة الانحدار

$$Se = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1.81}{5-2}} = \sqrt{0.60} = 0.77$$

Se يمثلالخطأ المعيارى وهو أحد مقاييس التشتت المطلقة والذى يقيس مقدار تشتت الأخطاء حول خط الانحدار للمجتمع.

$Sb1^{\wedge} = \frac{Se}{\sqrt{\sum X^2}}$ الانحراف المعيارى لـ $B1^{\wedge}$ $Sb1^{\wedge} = \frac{0.77}{\sqrt{94}} = \frac{0.77}{9.6} = 0.8$

$Sb^{\wedge}o = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n\sum X^2}} = Se$ $b^{\wedge}1$ الانحراف المعيارى لـ $Sb^{\wedge}o = \sqrt{\frac{814}{5(94)}} = \sqrt{\frac{814}{470}}$

$Sb\hat{}o = \sqrt{1.7} = 1.3$

$$\hat{Y}_1 = 3.08 + 0.41\,Xi$$

S (1.3) (0.8)

فرضية العدم $H_o: b_1 = o$

الفرضية البديلة $H_1: b_1 \neq o$

$T_{bo}^{\wedge} = \frac{3.08}{1.3} = 2.3$ $t_{b1}^{\wedge} = \frac{0.41}{0.80} = 5.13$

تقارن مع قيمة t الجدولية والتى تساوى 2 (تأخذ من جداول خاصة) $t_{bo}^{\wedge}$ أكبر من (t=2.1 الجدولية) ، هذا يعنى أن $bo^{\wedge}$ معنوياً احصائياً ومقبولة وبما أن ($tb_1^{\wedge}$=0.51,5.13)أكبر من t الجدولية مما يعنى أن $b1^{\wedge}$ معنوية احصائية أى يعتمد عليها فى التحليل الاقتصادى.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2} = 1 - \frac{1.81}{18} = 1 - 0.10 = 0.9$$

وهذا كبير جداً حيث أن قيمة $0 \leq R^2 \leq 1$ ،أى بمعنى أن التغير العشرى لا يعنى ٩٠% من التغير التابع Y´ وهو مؤشر جيد.

أى أن العلاقة طردية قوية بين

$$r = \sqrt{0.9} = 0.941$$

الدخل والاستهلاك

معامل الارتباط

اختبار معنوية المعلمات $bo_1^{\wedge} b_1^{\wedge}$

$$t_{b1}^{\wedge} = \frac{b1^{\wedge}}{Sb1}$$

$$t_{bo}^{\wedge} = \frac{bo^{\wedge}}{Sbo^{\wedge}}$$

$$Y^{\wedge}i = bo^{\wedge} + b_1^{\wedge} xi$$

$$\sum y^2 = \sum y^{\wedge 2} + \sum e^2$$

$$y^{\wedge}I = y^{\wedge}I - \bar{Y}$$

ولاختيار معنوية الدالة المقدرة

$$Y^{\wedge} = 3.08 + 0.41\ Xi$$

تستخدم اختيار F

$$F_{(u-1),(n-k)} = \frac{\frac{\sum y^{\wedge 2}}{u-1}}{\frac{\sum e^2}{n-k}}$$

$$\sum y^{\wedge 2} = \sum y^2 - \sum e^2 \qquad K=2\ ,\quad 5=n$$

$$\sum y^{\wedge 2} = 18 - 1.81 = 16.19$$

$$F_{(1,3)} = \frac{\frac{16.19}{1}}{\frac{1.81}{3}} = \frac{16.19}{0.6} = 26.9$$

قيمة Fالجدولية بدرجة حرية (1,3) ومستوى معنوية 0.05 تساوى 21.6 ، وبما أن المحسوبة 26.9 أكبر من الجدولية 21.6، وهذا يدل على معنوية المعادلة (معادلة الانحدار).

جدول تحليل التباين ANOVA (Analysis Of Variance)

يستخدمِ أيضاً لاختبار معنوية معادلة الانحدار Refression model

Anova

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	اختبار F
التباين المفسر	١	١٦.١٩		$= \frac{\frac{16.19}{1}}{\frac{1081}{3}}$ –
التباين غير المفسر	٣	١.٨١		
التباين الكلى	٤	١٨		F= 26.9

نقارنF السرية وتساوى 26.9 مع F الجدولية 21.6، بما أن السرية ٢٦.٩ أكبر من الجدولية ٢١.٦ ، فإن ذلك يدل على معنوية معادلة الانحدار وأنها تصلح للتنبؤ بها.

الارتباط الذاتى أو الارتباط المتسلسل Autocorreletion

الفرضية الأساسية لتطيق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) فى النموذج الخطى هى عدم وجود ظاهرة الارتباط الذاتى ، وأن مصطلح الارتباط الذاتى يمكن توضيحه على أساس كونه يشمل الارتباط بين المشاهدات المتسلسلة لنفس المتغير خلال فترة زمنية، ويتم اختيار النموذج من خلال اختيار يدعى اختيار دوربن – واتسنWatso– Durbin (D.W)

$$D.W. = d = \frac{\sum_{t2-2}^{t.-n}(et-et-1)^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e^2}$$

وتتم المقارنة مع قيمة .D.W الجدولية التى تحصل عليها من جداول خاصة.

et	(et – et-1)	$(et – et-1)^2$
0.82		
-0.36	(-0.36 – 0.82)	1.3
0.59	(0.59 – (-0.36)	0.90
-0.28	(-0.28 – 0.59)	0.75
-0.77	-0.77 – (-0.28)	0.24
		3.19

المحسوبة $d= \frac{3.19}{1.81}$

$o \leq d \leq 4$

قيمة دورين–واتسن تكون محصورة بين حد وأربعة

d2=0.610 n=1
du = 1.4 n=5

ارتباط ذاتى موجب | غير محسوبة | لا توجد مشكلة | غير محسوبة | ارتباط ذاتى سالب

o----------dL---------du---------2------4-du----------4-du---------u d

1.4 2.6

1.76

وعليه لا توجد مشكلة الارتباط الذاتى لهذا النموذج

Y^I = 3.08 + 0.41 Xi	r= 0.94 R^2 = 0.9
t (2.3) (0.51)	D.W=d=1.76

$$rxy= \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

Xy	x	y
-2	-2	-2
8	-2	-4
1	1	1
24	3	8
6	-2	-3

$$rxy = \frac{37}{\sqrt{(94)(18)}}$$

$$= \frac{37}{\sqrt{1692}} = \frac{36}{41.1} = 0.90 \qquad -1 \leq r \leq 1$$

المرونة Elasticity

مثال: إذا كانت لديك دالة الانحدار المقدرة التالية

$$\hat{y}i = 3.08 + 0.41xi$$

t (23) (5.1) $r=0.94$ $R^2= 0.9$

D.W = 1.76

$\bar{X} = 12$ $\bar{Y}=8$

حيث أن y: يمثل الاستهلاك ، Xيمثل الدخل

المطلوب حساب المرونة (مرونة الاستهلاك الدخلية)

$$E = b1\hat{} \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = (0.41)\left(\frac{12}{8}\right) = 0.615$$

وهذا يعنى عند زيادة الدخل بمقدار ١%فإن الاستهلاك سوف يزداد بمقدار 0.615% أى بمقدار مئوى.

الانحدار الخطى المتعدد

Multiple Liner Regression Model

تناولنا فى الانحدار الخطى البسيط العلاقة بين المتغير التابع y ومتغير مستقل واحد هو X.

ولكن فى الواقع هناك العديد من الدراسات تتطلب وضع المتغير التابع y دالة لأكثر من متغير مستقل، فمثلاً الطلب على سلعة معينة يعتبر دالة للسعر والدخل، ويمكن إضافة متغيرات أخرى مثل أسعار السلع البديلة والمكملة ..ألخ.، وكذلك الحال بالنسبة لتحليل دالة الإنتاج التى تعتبر الانتاج Q دالة للعمل (L)ورأس المال (K).

مثل هذه الدراسات ممكن تحليلها ببواسطة الانحدار الخطى المتعدد الذى يعتبر إمتداداً للنموذج الخطى البسيط.

$y = bo + b_1 x_1 + b_2 x_2 + U$

حيث أن y المتغير التابع X_1 , X_2المتغيرات المستقلة b_o الحد الثابت

b_1: معامل الانحدار الجزئى لـ y على X_1بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة وتشمل مقدار التغير فى yعند تغير X_1 ببمقدار وحدة واحدة بافتراض ثبات ببقية المتغيرات المستقلة.

b_2:معامل الانحدار الجزئى لـy على X_2 بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة وتشمل مقدار التغير فى y عند تغير X_2 بمقدار وحدة واحدة بافتراض ثبات بقية المتغيرات المستقلة.

U: المتغير العشوائى (حد الخطأ)

$$\hat{b_1} = \frac{(\sum yx1)(\sum x^2 2) - (\sum yx2)(\sum x1x2)}{(\sum x1^2)(\sum x^2 2) - (\sum x1x2)^2}$$

$$\hat{b_2} = \frac{(\sum yx2)(\sum x^2 1) - (\sum yx1)(\sum x1x2)}{(\sum x1^2)(\sum x^2 2) - (\sum x1x2)^2}$$

$$\hat{b_o} = \bar{Y} - \hat{b_1} x1 - \hat{b_2} x_2$$

السنة	Y	X_1	X_2
١١٧٢	٥٥	19	49
٧٣	٦٥	17	58
٧٤	٨٠	21	55
٧٥	٧٥	17	58
٧٦	٧٠	19	55
٧٧	٥٠	18	49
٧٨	٦٠	20	46
٧٩	٦٥	21	46

البيانات التالية لدالة بين المتغير التابع (y) الانتاج والمتغير المستقل X_1 العمل وX_2 رأس المال، بالمليون جنيه.

١-قدر معادلة الانحدار $\hat{y} = \hat{b_o} + \hat{b_1} X_1 + \hat{b_2} X$

ثم فسر النتيجة لهه المعادلة، وهل تتفق مع النظرية الاقتصادية .

٢-تقدير التباين والخطأ المعيارى لمعدلات الانحدار المقدرة.

Se^2 ,$Sb^2_1{}^{\wedge}$,$Sb^2_2{}^{\wedge}$, $S^2b_o{}^{\wedge}$

٣-اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t المحدد لها = 2.1.

$tb_o{}^{\wedge}$, $tb_1{}^{\wedge}$, $tb^{\wedge}_2$

٤-احسب معامل التحديدR^2 وفسر النتيجة.

٥-اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، واحسب جدول تحليل التباين، وإذا كانت F الجدولية = ١٩.٣.

٦-اختبر مشكلة ارتباط الزائد للخطأ العشوائى ، إذا كانت

n = 8 k-1= 2 du=1.4 , d2 = 0.610

٧-تنبأ بالانتاج إذا كان العمل (X1) =٤٠ ورأس المال (X2)= ٧٠ (U)= ١٩٨٥

السنة	y	x_1	x_2	y	xy	x_2	y^2	$x_1{}^2$	$x_2{}^2$	yx_1	yx_2	x_1x_2	y	ei^2
1972	55	19	49	-10	0	-3	100		9	0	30	0	58.4	11.56
73	65	17	58	0	-2	6	0	4	36	0	0	12	67.9	8.41
74	80	21	55	15	2	3	225	4	9	30	45	6	81.8	3.24
75	75	17	58	10	-2	6	100	4	36	-20	60	-12	67.9	50.41
76	70	19	55	5	0	3	25	0	9	0	15	0	71.6	2.56
77	50	18	49	-15	-1	-3	225	1	9	15	45	3	53.3	10.89
78	60	20	46	-5	1	-6	25	1	36	-5	30	-6	57.0	9.00
79	65	21	46	0	2	-6	0	4	36	0	0	-12	62.1	8.41
	520	152	418	0	0	0	700	18	180	20	225	-33	520	104.4

$$\bar{Y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{520}{8} = 65$$

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum x1}{n} = \frac{152}{8} = 19 \qquad (1)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum x2}{n} = \frac{418}{8} = 52$$

$y = y - \bar{Y}$ $X_1 = X_1 - \bar{X}_1$ $X_2 = X_2 - \bar{X}_2$

$b_1^{\wedge} = \frac{(20)(180)-(225)(-33)}{(18)(180)-(-33)^2} = 5.13$

$b_2^{\wedge} = \frac{(225)(18)-(20)(-33)}{(18)(180)-(-33)^2} = 2.19$

$b_o^{\wedge} = 65 - (5.13)(19) - (2.19)(52) = -146.35$

$$\hat{y} = -1.46 + 5.13X_1 + 2.19X_2$$

هذا يعنى عند زيادة العمل x1 بمقدار ١ مليون جنيهإ فإن الانتاج يزداد بمقدار ٥.١٣ مليون، مع ثبات العوامل الأخرى، وعند زيادة رأس المال بمقدار ١ مليون جنيه فإن الانتاج يزداد بمقدار ٢.١٩ مليون جنيه، عند ثبات العوامل الأخرى.

$Se^2 = \frac{\sum e^2}{n-k} = \frac{104.49}{8-3} = 20.90$ تباين الخطأ (2)

$Se = 4.47$ الانحراف المعيارى للخطأ

$Sb^2{}_1^{\wedge} = \frac{S^2 e \sum x2^2}{\sum x1^2 \sum x2^2 - (\sum x1x2)^2} = \frac{(20.90)(180)}{(180)(180)-(-33)^2} = 1.75$

$$Sb1^{\wedge} = \sqrt{1.75} = 1.32$$

$= S^2 b_2^{\wedge} = \frac{S^2 e \sum x1^2}{(\sum x1^2)(\sum x2^2)-(\sum x1x2)^2} = \frac{(20.90)(18)}{2151} = 0.18$

$$S^2 bo^{\wedge} = \sqrt{0.18} = 0.42$$

$S^2 b_o^{\wedge} = S^2 e[\frac{1}{n} + \frac{X\acute{o}\,1 \sum x2^2 + x\acute{o}2^2 \sum x1^2 - 2x1x\acute{o}2 \sum x1x2}{\sum x1^2 \sum x2^2 - (\sum x1x2)^2}]$

$= 20.90[\frac{1}{8} + \frac{(19)^2(180)+(52)^2(18)[(2)(19)(52)(-33)]}{2151}$

$S^2b_o^{\wedge} = 170.49$

$Sb_o = 41.72$

$Y^{\wedge} = -1.46 + 5.13x_1 + 2.19x_2$

S = (41.72) (1.32) (0.42)

$Tb_1^{\wedge} = \frac{5.13}{1.32} = 3.8$ > 2.1 معنوية

$Tb_1^{\wedge} = \frac{2.19}{0.42}$ =٥.٢١> 2.1 معنوية

$Tb_o^{\wedge} = \frac{-1.46}{41.72} = 0.034$ > 2.1 غير معنوية

.٤

$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2.}{\sum y^2} : 1 - \frac{104.48}{700} = 0.85$

بمقدار أى المتغيرات المستقلة (التفسيرية) تفسر ٨٥% من المتغير فى المتغير التابع y ، أى أن العمل ورأس المال تفسران ٨٥% من دالة الإنتاج لهذه السلسلة الزمنية.

.٥

$$F\ (n-1)(n-k) = \frac{\frac{\sum y^{\wedge 2}}{k-1}}{\frac{\sum e^2}{(n-k}} = \frac{\frac{595.53}{2}}{\frac{104.47}{5}} = \frac{297.7}{20.89} = 14.25$$

$\sum y^{\wedge 2}\ \sum y^2 - \sum e^2 = 700 - 104.47 = 595.53$

بما أن Fالمحسوبة 14.25> أصغر من الجدولية ١٩.٣ ، فهذا يدل على عدم معنوية لمعادلة الانحدار المتعدد.

Anova

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	اختيار F
التباين المفسر	2	595.53	297.7	F = 14.25
التباين غير المفسر	5	104.47	20.89	
	٧	٧٠٠		

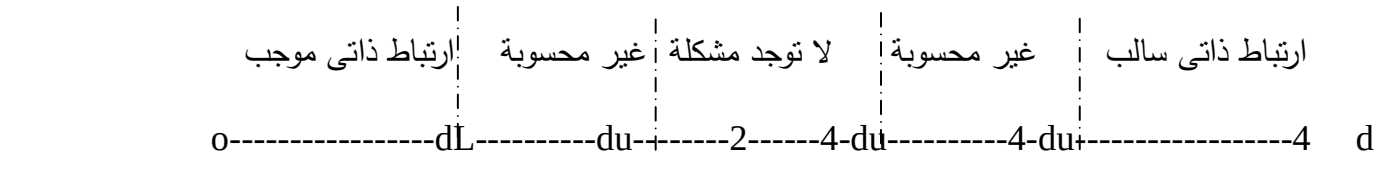
تقارن F المسرية 14.25أصغر من الجدولية 19.3، فهذا يدل على عدم معنوية الدالة (معادلة الانحدار المقدر)، وأنها لا تصلح للتنبؤ بها، أو لا تستخدم فى تحقيق أهداف النموذج الاقتصادى القياسى.

٦-الارتباط الاتى للخطأ العشوائى

$d=\frac{\sum(4-et-1)^2}{\sum et^2}$

$=\frac{198}{104.4}=1.89$

et	(et – et-1)	(et – et-1)²
-3.4	---	
2.9	(-2.9+3.4)	0.25
-1.8	(-1.8+2.9)	1.21
7.1	7.1 + 1.8	79.9
-1.6	-1.6 – 7.1	75.69
-3.3	-3.3 +1.6	2.89
3.0	3.0 + 3.3	39.69
2.9	2.9 -3	0.01
0		198



1.4 1.89

وعليه لا توجد مشكلة الارتباط الذاتى لهذا النموذج

$$\hat{y} = 1.46 + 5013\ X_1 + 2.19\ X_2$$
$$(0.034) \quad (3.8) \quad (5.21)$$

F = 14.25 D.W.= 1.89 R^2 = 0.85

مثال: العلاقة بين الاستهلاك القهوة y فى الولايات المتحدة الأمريكية خلال الفترة ١٩٧٠ – ١٩٨٠ ، وسعر الكيلو من القهوة بالدولار X

المتغير المعتمد : y

المتغير المستقل : X

year	عدد الأكواب المستخدمة	سعر الكيلو من القهوة
1970	2.57	0.77
1971	2.50	0.74
1972	2.35	0.72
1973	2.30	0.73
1974	2.25	0.76
1975	2.20	0.75
1976	2.11	1.08
1977	1.94	1.81
1978	1.97	1.39
1979	2.06	1.20
1980	2.02	1.17

المطلوب:

١–قدر دالة استهلاك القهوة y، أو قدر معادلة الانحدار بين استهلاك القهوة yوسعر الكيلو من القهوة X باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS.

فسر اقتصادياً دالة الاستهلاك $y = bo + b1x + U$

٢-اختبر معنوية المعلمات b1 , bo ، باستخدام اختار t

$H_o : b_o = o$ $H_o: b_1 = o$

$H_1: b_o \neq o$ $H\ b_1 \neq o$

إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8

٣-كم يفسر التغير فى المتغير المستقل Xفى التغير فى المتغير التابع y ، احسب R^2 (معامل التمديد).

٤-ما هو شكل الارتباك بين الاستهلاك yوالسعر X ، أى احسب (معامل الارتباط) ثم فسر النتيجة.

٥-اختبر معنوية الدالة المقدرة بواسطة اختبار F

إذا علمت أن قيمة F الجدولية بدرجة حرية (9 , 1) وبمستوى معنوية 0.05 تساوى = 2.39

٦-احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختبار معنوية الدالة، إا علمت أن فيه F بجدولية= 2.39.

٧-اختبر وجود أو عدم وجود الارتباط الاتى .D.W،

إذا علمت أن dl = 5.927 , du = 1.32

الجواب:

$\hat{y}: = 2.691 - 0.479Xi$

$S(\hat{b_o}) : 0.12 \quad Sb_1\hat{} = 0.114$

$r^2 = 0.6628$

Econometric Models and Economic Forecasts

Pindych and Rubinfelcl pp.201

مثال: النموذج اقتصاد قياسى يتكون من معادلتين سلوكيتين (Ct)c , (It) متطابقة واحدة (yt) لنموذج الدخل القوسى لاقتصاد ما.

$$Ct = \propto_1 + \propto_2 y_t + \sum_t$$

$$Le = B_1 + b_2 y_t + B_3\, G_{t-1} + U_t$$

$$Yt = C_t + l_t + G_t$$

حيث أن:

C_t الاستهلاك فى السنة t

y_t الدخل القومى فى السنة t

G_{t-1}الانفاق القومى فى السنة t_{+1}

G_t الانفاق القومى فى السنة t

$\sum_t$: المتغير العشوائى فى معادلة C_t

U_t: المتغير العشوائى فى معادلة l_t

$\propto 2$: الميل المدى للاستهلاك

B_t: الميل المدى للاستثمار

B_3 , B_2 , B_1,$\propto_2$, $\propto_1$ معلمات أو معاملات الانحدار

وهذا النموذج يحل بطريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين

Two Stages Least Squares Method

يتم بناء هذا النموذج لتحقيق هدف يرغب الباحث تحقيقه

١-اختبار النظريات الاقتصادية المختلفة.

٢-مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى اتخاذ القرارات.

٣-مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى وضع السياسات.

٤-مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى التنبؤ الاقتصادى.

٥-مساعدة الباحثين ورجال الأعمال والحكومات فى التحليل الهيكلى الاقتصادى.

المطلوب إعداد ورقة بحثية عن العلاقة بين الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) فى أحد المجتمعات، على أن تتضمن الورقة البحثية :

١-مقدمة وخاتمة واستنتاجات حول الموضوع من النظرية الاقتصادية.

٢-مراحل بناء النموذج القياسى مع بيات كل مرحلة وأهميتها ودورها.

البيانات التالية عن الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) بالدولار.

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$\sum Y = 1110$ $\sum X=1700$ $\sum XY= 205500$ $\sum X^2= 322000$
$\sum X^2 = 33000$ $n=10$

المطلوب:

١-احسب معادلة الانحدار البسيط بين X و Y أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسى باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_o + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢-اختبر معنوية المعلمات b_o , b_1 باستخدام اختيار t، إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8.

٣-كم يفسر التغير فى المتغير المستقل X فى التغير فى المتغير التابع Y أى بمعنى احسب R^2(معامل التحديد).

٤-احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختيار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F الجدولية = ٢.٣٩.

٥-اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتى D.Wإذا علمت أن d_L=0.927 d_u=1.32.

الدور الأول

معهد البحوث والدراسات العربية **أ.د/ثامر محمود العانى**

أستاذ مادة الاقتصاد القياسى

الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول:

١-ما هو مفهوم الاقتصاد القياسى؟ وما هى علاقته بالعلوم الأخرى الاقتصادية؟

٢-ما هى أهداف الاقتصاد القياسى ؟

٣-اشرح مراحل بناء نموذج اقتصاد قياسى (منهج الاقتصاد القياسى)، اعط مثال على نموذج قياسى من متغيرين وآخر من ثلاثة متغيرات، أى بسيط ومتعدد. وادعم اجابتك من النظرية الاقتصادية.

السؤال الثانى:

البيانات التالية عن الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) (بالدولار).

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$\sum Y = 1110$ $\sum X=1700$ $\sum XY= 205500$ $\sum X^2= 322000$

$\sum X^2 = 33000$ n=10

المطلوب:

١-احسب معادلة الانحدار البسيط بين X وY أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسى باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_o + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢-اختبر معنوية المعلمات bo , b1 باستخدام اختيار t، إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8.

٣-كم يفسر التغير فى المتغير المستقل X فى التغير فى المتغير التابع Y أى بمعنى احسب R^2 (معامل التحديد).

٤-احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختيار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F الجدولية = ٢.٣٩.

٥-اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتى D.Wإذا علمت أن d_L=0.927 d_u=1.32.

السؤال الثالث:

البيانات التالية تمثل العلاقة بين الانفاق الاستهلاكى الشخصى (y) ، والدخل القابل للتصرف به فى الولايات المتحدة الأمريكية X1، خلال الفترة الزمنية ١٩٥٦،١٩٧٠، والأرقام بالمليارات الدولارات الأمريكية:

Y	X_1	X_2
281.4	309.3	1956=1
288.1	316.1	1957=2
290.0	318.8	1958=3
307.3	333.0	1959=4
316.1	340.3	1960=5
322.5	350.5	1961=6
338.4	367.2	1962=7
353.3	381.2	1963=8
373.7	408.1	1964=9
397.7	434.8	1965=10
418.1	458.9	1966=11
480.1	477.5	1967=12
452.7	499.0	1968=13
469.1	513.5	1969=14
476.9	533.2	1970=15

تم الحصول على النتائج التالية :

$Yi = 53.160 + 0.726X1 + 2.736X2$
S_e (13.026) (0.0488) (0.848)
T (4.08) ( ) ( )
N=15 R_2=0.9988 $F_{2,12} = 5128.88$

المطلوب :

١-فسر نتائج نموذج الاقتصاد القياسى، وهل تتسق النتائج مع النظرية الاقتصادية.

٢-اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t الجدولية 2.2=.

٣-ما هى قيمة معامل التحديد ؟ فسر النتيجة

٤-اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، إذا كانت F الجدولية= 19.3

٥-تنبأ بالانفاق الاستهلاكى الشخصى، إذا كان الدخل القابل للتعرف به (٦٠٠) مليار عام ١٩٧١.

الدور الثانى

معهد البحوث والدراسات العربية **أ.د/ثامر محمود العانى**

أستاذ مادة الاقتصاد القياسى

الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول:

البيانات التالية تمثل العلاقة بين الانفاق الاستهلاكى الشخصى (y) ، والدخل القابل للتصرف به فى الولايات المتحدة الأمريكية X1، خلال الفترة الزمنية ١٩٥٦، ١٩٧٠، والأرقام بالمليارات الدولارات الأمريكية، وتم الحصول على النتائج التالية:

$Yi = 53.160 + 0.726X1 + 2.736X2$

S_e (13.026) (0.0488) (0.848)

T (4.08) ( ) ( )

N=15 R_2=0.9988 $F_{2,12}$ = 5128.88

المطلوب :

١-فسر نتائج نموذج الاقتصاد القياسى، وهل تتسق النتائج مع النظرية الاقتصادية.

٢-اختبر معنوية المعلمات للنموذج، إذا علمت أن قيمة t الجدولية 2.2=.

٣-ما هى قيمة معامل التحديد ؟ فسر النتيجة

٤-اختبر معنوية الدالة باستخدام اختبار F، إذا كانت F الجدولية= 19.3

٥-تنبأ بالانفاق الاستهلاكى الشخصى، إذا كان الدخل القابل للتعرف به (٦٠٠) مليار عام ١٩٧١.

السؤال الثانى:

البيانات التالية عن الانفاق العائلى (y) والدخل العائلى (X) (بالدولار).

Y	٧٠	٦٥	٩٠	٩٥	١١٠	١١٥	١٢٠	١٤٠	١٥٥	١٥٠
X	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

$\sum Y = 1110 \quad \sum X=1700 \quad \sum XY= 205500 \quad \sum X^2= 322000$
$\sum X^2 = 33000 \quad n=10$

المطلوب:

١-احسب معادلة الانحدار البسيط بين X و Y أو قدر معادلة نموذج الاقتصاد القياسى باستخدام طريقة المربعات الصغرى OLS

$$Y = b_o + b_1 X + U$$

ثم فسر اقتصادياً دالة الانفاق

٢-اختبر معنوية المعلمات b_o , b_1 باستخدام اختبار t، إذا علمت أن قيمة t الجدولية = 1.8.

٣-كم يفسر التغير فى المتغير المستقل X فى التغير فى المتغير التابع Y أى بمعنى احسب R^2 (معامل التحديد).

٤-احسب جدول تحليل التباين ANOVA لاختيار معنوية الدالة، إذا علمت أن قيمة F الجدولية = ٢.٣٩.

٥-اختبر وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتى D.Wإذا علمت أن $d_L=0.927$ $d_u=1.32$.

السؤال الثالث:

١-ما هو مفهوم الاقتصاد القياسى؟ وما هى علاقته بالعلوم الأخرى الاقتصادية؟

٢-ما هى أهداف الاقتصاد القياسى ؟

٣-اشرح مراحل بناء نموذج اقتصاد قياسى (منهج الاقتصاد القياسى)، اعط مثال على نموذج قياسى من متغيرين وآخر من ثلاثة متغيرات، أى بسيط ومتعدد. وادعم اجابتك من النظرية الاقتصادية.