جامعة محمد خيضر (بسكرة)
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية والتسيير
قسم العلوم التجارية

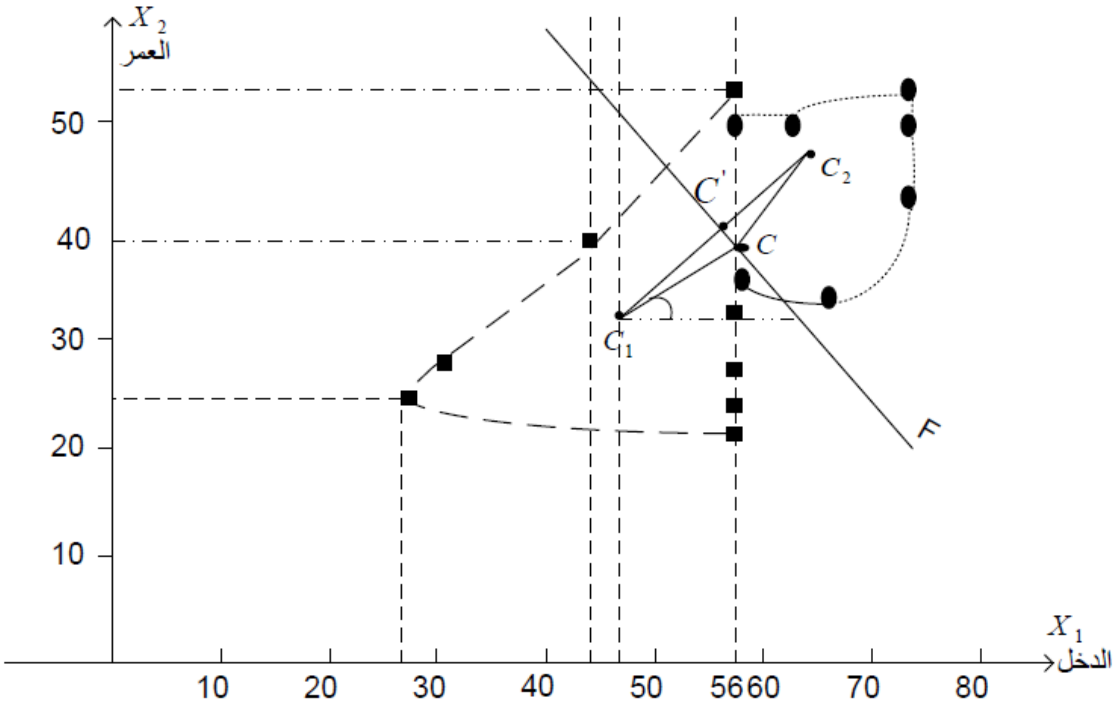
السنة الجامعية: 2024/2023
المستوى: أولى ماستر تسويق
مقياس: الأساليب الكمية في التسويق 2

حل سلسلة تمارين رقم (03) حول التحليل التمييزي

حل التمرين الأول:

1. التمثيل البياني لمجتمع القروض الكلي على معلم مستوى:

عند رسم القروض كنقاط هندسية إحداثياتها (x_1, x_2) في المستوي نجعل المحور الأفقي للدخل x_1، والمحور الرأسي للعمر x_2، نحصلا على الشكل البياني التالي:



2. التحديد والتمثيل البياني للنقاط المتوسطة للمجموعة G_1 وG_2 والمجتمع ككل G_1UG_2 (اتحاد المجموعتين):

ليكن C_1 مركز المجموعة الأولى G_1، واحداثياته $C_1(48,32)$، وC_2 مركز المجموعة الثانية G_2 واحداثياته $C_2(65.14, 44.86)$.

كما يمكننا حساب ورسم المركز العام لهذه القروض C، ونحسب إحداثياته من متوسطي الدخل والعمر في العينتين معا، فنحصل على $C(56,38)$، كما يمكن حساب القيمة الوسطى لمركزي المجموعتين من متوسطي إحداثيات المركزين السابقين، فنحصل على القيمة الوسطى للمركزين، ونرمز لو بـ ’C’، وتكون إحداثياته:

$$C'[(48+65.14)/2 , (32+44.86)/2]= C'(56.57 , 38.43)$$

ملاحظة:

إن القيمة الوسطى ’C تقع على القطعة المستقيمة $[C_1C_2]$، وتقع في منتصفها، ولكن المركز العام C يقع خارج القطعة المستقيمة $[C_1C_2]$، كما موضح على الشكل.

السؤال: كيف يمكن صياغة علاقة رياضية للتمييز بين هاتين المجموعتين؟

الجواب: يمكن أن يكون بعدة طرق رياضية نستخدم بعضها:

طريقة دالة التمييز القانوني Canonical Discriminant Function

تسمى طريقة المستقيم الفاصل بين عناصر المجموعتين، وتتلخص هذه الطريقة بإنشاء مستقيم يمر من نقطة القيمة الوسطى للمركزين (38.43 , 56.57)’C (أو من أي نقطة مناسبة أخرى)، ويتعامد (أو يتقاطع) مع القطعة المستقيمة الواصلة بين مركزي المجموعتين $C_1(48 , 32)$، و $C_2(65.14 , 44.86)$، فنحصل على مستقيم يفرز عناصر العينة إلى مجموعتين جديدتين منفصلتين: المجموعة الأولى تقع تحته، والمجموعة الثانية تقع فوقه.

3. تحديد معادلة المستقيم الفاصل ورسمه:

لإيجاد معادلة هذا المستقيم الفاصل بين هاتين المجموعتين، نقوم بإيجاد ميل القطعة المستقيمة $[C_1C_2]$ الواصلة بين مركزي المجموعتين من العلاقة:

$$m= (44.86 - 32)/(65.14 - 48) = 12.86/17.14 = 0.75029$$

ثم نقوم بحساب ميل المستقيم المتعامد معه من العلاقة:

$$m'= -1/m = -1/0.75029 = -1.3328$$

ثم نقوم بحساب معادلة المستقيم المعامد، والذي يمر من نقطة القيمة الوسطى للمركزين (38.43 , 56.57)C' من العلاقة:

$$X_2- 38.43 = - 1.3328(X_1 – 56.57)$$

وبعد الإصلاح نحصل على معادلة المستقيم التالي:

$$X_2 +1.3328X_1 – 113.8265$$

وهنا نلاحظ أن هذا المستقيم يقسم نقاط المستوى إلى نصفين: نصف موجب يقع فوقه ونصف سالب يقع تحته، وجزء معدوم يقع عليه، كما أن هذا المستقيم يفرز عناصر العينة إلى مجموعتين منفصلتين:

المجموعة الأولى:

هي النقاط التي تقع تحته (في النص السالب)، وتضم معظم نقاط القروض المتعثرة في G_1 [ماعدا القرض الأول (56,52)].

المجموعة الثانية:

هي النقاط التي تقع فوقه (في النص الموجب)، ويضم معظم نقاط القروض غير المتعثرة في G_2 (ماعدا القرض الأخير (56 , 36)].

أي أنه يمكننا استخدام هذا المستقيم (أو أي مستقيم أفضل منه)، كأداة لفرز القروض إلى متعثرة وغير متعثرة باحتمال خطأ معقول.

4. تحديد معادلة دالة التمييز F(x) وكيفية الاستفادة منها في التحليل التمييزي:

ولذلك نفترض أن معادلة المستقيم تساوي دالة F ونكتبها كما يلي: $F= x_2+ 1.3328x_1 – 113.8265$

ولاستخدام هذه المعادلة في تصنيف عناصر العينة أو في تصنيف أي عنصر جديد من المجتمع، نقوم بتعويض إحداثيات صاحب القرض (x_1,x_2) في المعادلة السابقة ونحسب قيمة F، ثم نتخذ القرار (في هذا المثال) حسب إشارة قيمة F كما يلي:

إذا كانت $F\leq 0$، فإن القرض ينتمي إلى المجموعة المتعثرة G_1. أما إذا كانت $F>0$، فإن القرض ينتمي إلى المجموعة غير المتعثرة.

واذا طبقنا ذلك على عناصر العينتين المسحوبتين من G_1 وG_2، نحصل على السطر F في الجدول، اوذا قارنا التصنيف الجديد مع التصنيف الفعلي أو الإداري السابق، نحصل على الجدول التالي:

	القروض المتعثرة (العينة n_1 من المجموعة G_1)									القروض غير المتعثرة (العينة من المجموعة n_1 G_1)							
رقم	1	2	3	4	5	6	7	8	$\bar{x}_1$	1	2	3	4	5	6	7	$\bar{x}_2$
الدخل x_1	56	56	45	56	29	56	56	30	48	72	72	56	72	64	64	56	56.14
العمر x_2	52	23	40	34	26	25	27	29	32	54	50	48	44	47	35	36	44.84
إشارة F	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	+

5. استخدام معادلة التمييز في تصنيف جديد لمجتمع القروض + المقارنة مع التصنيف الأصلي:

تكون نتائج التصنيف الجديد نطلاقا من تطبيق الدالة التمييزية كما يلي: (يتم إضافة التصنيف الأصلي الفعلي الذي انطلقنا منه في البداية، أي المجموعتين G_1 وG_2) :

	التصنيف الجديد			
التصنيف الفعلي الأصلي	المجموعات	G_1	G_2	المجموع
	G_1	7	1	8
	G_2	1	6	7

نلاحظ أن نسبة التصنيف الصحيح تساوي نسبة مجموع عدد العناصر القطرية على حجم العينة الكلية n، أي:

$$P= (7+8)/15=0.8667= 86.67\%$$

وأن نسبة التصنيف الخاطئ تساوي نسبة مجموع العناصر غير القطرية على حجم العينة الكلية n، أي:

$$P= (1+1)/15=0.1333= 13.33\%$$

وهذا يعني أنه يمكننا الاعتماد على المستقيم السابق لتصنيف عناصر المجتمع مع خطأ معقول.

6. تصنيف عميل دخله 55 ألف دج، وعمره 40 سنة: $x_1= 55, x_2= 40$

بتعويض دخل العميل وعمره في الدالة التمييزية F نجد:

$$F= 40+ 1.3328(55) – 113.8265= - 0.5225<0$$

بما أن $F\leq 0$، فإن هذا العميل الجديد ينتمي إلى مجموعة القروض المتعثرة. وبالتالي لا انصح البنك بمنح القرض لهاذا العميل.

7. العيوب المتوقعة للطريقة (طريقة المستقيم الفاصل):

- المستقيم الفاصل بين المجموعتين ليس هو الفاصل المثالي بينهما، بل هو أحد المستقيمات الفاصلة بينهما، لأنه نقله نحو الأعلى أو الأسفل، نحو اليمين أم اليسار، كما يمكن تغيير ميله m' من خلال تدويره حول النقطة الوسطى بزاوية θ، فنحصل على ما لا نهاية من المستقيمات الفاصلة بين المجموعتين.

- عندما تكون المجموعات متقاطعة ومتشابكة (أغلب عناصر كل مجموعة لا تقع في جهة واحدة من المستقيم)، فإنها تكون غير قابلة للفصل بواسطة مستقيم، وتسمى بالمجموعات غير القابلة للفصل خطيا، وفي هذه الحالة نلجأ إلى استخدام منحنيات مناسبة للفصل بينها، وهو ما يسمى التحليل التمييزي غير الخطي.

- لا تصلح هذه الطريقة إلا في حالة وجود متغيرين ومجموعتين، وهي حالة خاصة فقط في التحليل التمييزي، حيث غالبا تتواجد عدة متغيرات وعدة مجموعات، كما قد تكون المتغيرات كمية أو نوعية، فئوية أو ترتيبية، وهو ما يجعل التمثيل على مستوي غير ممكن.