حلول السلسلة الثانية

حل التمرين الأول:

1- تحديد متغيرات القرار:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من **الكراسي** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **الطاولات** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_3 عدد الوحدات المنتجة من **الخزائن** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

2- صياغة دالة الهدف:

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع الكراسي + الربح المترتب عن بيع الطاولات + الربح المترتب عن بيع الخزائن

الربح الإجمالي للمؤسسة = ($450-400=50\ x_1$) + ($1000-900=100\ x_2$) + ($1500-100=500\ x_3$)

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 50\ x_1+100\ x_2+500\ x_3$$

3- صياغة القيود:

إنتاج المنتجات الثلاث يجب أن لا يتجاوز المتاح من المادة الأولية (الخشب) و المقدر بـ 125 صفيحة خشبية.

الوقت المستغرق في كل ورشة = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات + الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن

مثلا: الوقت المستغرق في الورشة 01 = الوقت المستغرق لإنتاج الكراسي ($14\ x_1$) + الوقت المستغرق لإنتاج الطاولات ($18\ x_2$)+ الوقت المستغرق لإنتاج الخزائن ($25\ x_3$)

و عليه تصبح القيود كالتالي:

قيد الورشة الأولى	$14\ x_1 + 18\ x_2 + 25\ x_3 \leq 130$
قيد الورشة الثانية	$14\ x_1 + 20\ x_2 + 20\ x_3 \leq 90$
قيد الورشة الثالثة	$10\ x_1 + 5\ x_2 + 10\ x_3 \leq 80$
قيد المادة الأولية	$1\ x_1 + 2\ x_2 + 4\ x_3 \leq 125$
قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى	$x_1 \geq 0$
قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية	$x_2 \geq 0$
قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة	$x_3 \geq 0$

و عند إضافة قيد التخزين تتم إضافة القيد التالي:

$$1\ x_1 + 1\ x_2 + 1\ x_3 \leq 500$$

حل التمرين الثاني:--

1– تحديد متغيرات القرار:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من **المياه المعدنية** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **العصائر** و التي تحقق للمؤسسة أعظم ربح.

2– صياغة دالة الهدف:

الربح الإجمالي للمؤسسة = الربح المترتب عن بيع المياه المعدنية + الربح المترتب عن بيع العصائر

الربح الإجمالي للمؤسسة = $(14 - 10 = 4\,x_1) + (11 - 8 = 3\,x_2)$

و عليه تصبح دالة الهدف كالتالي:

$$Max\ Z = 3\,x_1 + 4\,x_2$$

3– صياغة القيود:

إنتاج المنتجتين يجب أن لا يتجاوز المبلغ المتاح و المقدر بـ 30.000دج.

الوقت المستغرق في كل قسم = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر

مثلا: الوقت المستغرق في القسم أ = الوقت المستغرق لإنتاج المياه المعدنية ($0.5\,x_1$) + الوقت المستغرق لإنتاج العصائر ($0.3\,x_2$)

و عليه تصبح القيود كالتالي:

قيد القسم الأول	$0.5\,x_1 + 0.3\,x_2 \leq 500$
قيد القسم الثاني	$0.3\,x_1 + 0.4\,x_2 \leq 400$
قيد القسم الثالث	$0.2\,x_1 + 0.1\,x_2 \leq 200$
قيد المبلغ المتاح	$10\,x_1 + 8\,x_2 \leq 30.000$
قيد التخزين	$1\,x_12 + x_2 \leq 300$
قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى	$x_1 \geq 0$
قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية	$x_2 \geq 0$

حل التمرين الثالث:--

1– تحديد متغيرات القرار:

تمثل x_1 عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الأول P_1**؛

تمثل x_2 عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثاني P_2**؛

تمثل x_3 عدد الوحدات المنتجة من **المنتج الثالث P_3**.

2– صياغة دالة الهدف:

$$Max\ Z = 4\,x_1 + 1\,x_2 + 3\,x_3$$

3– صياغة القيود:

قيد الآلة الأولى $1x_1 + 2x_2 + 1x_3 \le 100$

قيد الآلة الثانية $2x_1 + 2x_2 \le 150$

قيد التخزين $1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \le 500$

قيد عدم سلبية المتغيرة الأولى $x_1 \ge 0$

قيد عدم سلبية المتغيرة الثانية $x_2 \ge 0$

قيد عدم سلبية المتغيرة الثالثة $x_3 \ge 0$

حل التمرين الرابع:--

1– تحديد الكميات الواجب إنتاجها:

1–1– صياغة نموذج البرمجة الخطية:

$$Max\ Z = 300x_1 + 200x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 400 & \text{01 المادة الأولية} \\ 2x_1 + x_2 \le 600 & \text{01 الآلة} \\ 3x_2 \le 900 & \text{02 الآلة} \\ x_1 \ge 150 & \text{01 المنتج} \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 & \end{cases}$$

1–2– التمثيل البياني للقيود:

أ– القيد الأول: $x_1 + x_2 = 400$

$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 400 \Rightarrow$ A (0 , 400)

$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 400 \Rightarrow$ B (400 , 0)

ب– القيد الثاني: $2x_1 + x_2 = 600$

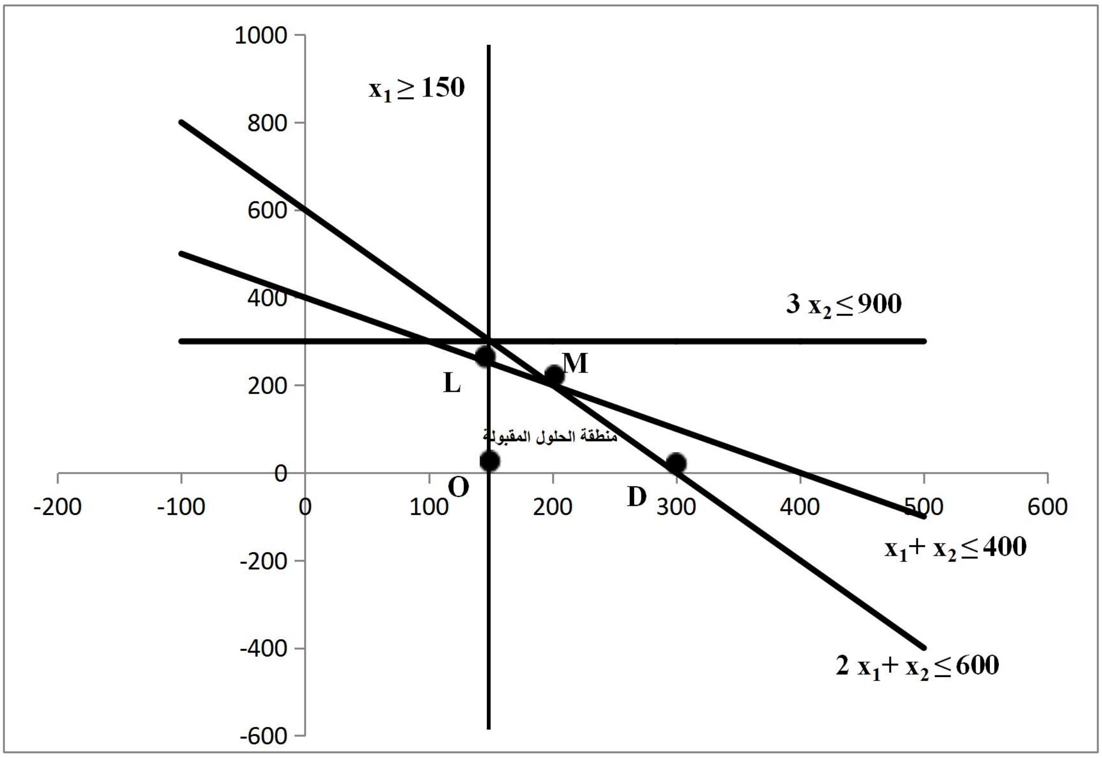
$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 600 \Rightarrow$ C (0 , 600)

$x_2 = 0 \Rightarrow 2x_1 = 600 \Rightarrow x_1 = 300$ D (300 , 0)

جـ– القيد الثالث: $3x_2 = 900$

$3x_2 = 900 \Rightarrow x_2 = 300$

د– القيد الرابع: $x_1 = 150$



1-3- تحديد إحداثيات النقط الرأسية و قيمة دالة الهدف عندها:

$$\boldsymbol{O}\ (150\ ,\ 0) \Rightarrow Z = 300\ (\mathbf{150}) + 200\ (\mathbf{0}) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 45000}$$

$$\boldsymbol{D}\ (300\ ,\ 0) \Rightarrow Z = 300\ (\mathbf{300}) + 200\ (\mathbf{0}) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 90000}$$

$$\boldsymbol{L} \begin{cases} x_1 = 150 \\ x_1 + x_2 = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 150 + x_2 = 400 \\ x_2 = 250 \end{cases} \qquad \boldsymbol{L}\ (150,\ 250) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 95000}$$

$$\boldsymbol{M} \begin{cases} x_1 + x_2 = 400 \\ 2x_1 + x_2 = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2\ x_1 + -2x_2 = -800 \\ 2x_1 + x_2 = 600 \end{cases} \qquad \boldsymbol{M}\ (200,\ 200) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 100000}$$

و عليه فإنه على المؤسسة إنتاج 200 وحدة من المنتج الأول و من 200 وحدة من المنتج الثاني.

2- تحديد كمية المادتين الخام المستخدمتين لإنتاج المنتج الأول ثم المنتج الثاني:

1-2- المادة الأولى المستخدمة في إنتاج P_1 و P_2:

$$x_1 + x_2 \leq 400 \quad \Rightarrow \quad 200 + 200 = 400$$

و عليه فإن المادة الخام الأولى مستخدمة بشكل تام (المستخدم = المتاح)

2-2- المادة الثانية المستخدمة في إنتاج P_1 و P_2:

$5 x_1 + 6 x_2 \quad \Rightarrow 5 (200) + 6 (200) = 2200$

3- تحديد الوقت المستخدم لإنتاج P_1 على مستوى الآلتين:

الآلة الأولى: 02 سا × 200 وحدة = 400 سا **الآلة الثانية:** 00 سا

4- تحديد الوقت المستخدم لإنتاج P_2 على مستوى الآلتين:

الآلة الأولى: 01 سا × 200 وحدة = 200 سا **الآلة الثانية:** 03 سا × 200 وحدة = 600 سا

5- تحديد الوقت المستخدم و غير المستخدم على مستوى الآلتين:

5-1- الوقت المستخدم في الآلة الأولى: 400 سا + 200 سا = 600 سا

5-2- الوقت غير المستخدم في الآلة الأولى (المتاح – المستخدم): 600 سا + 600 سا = 00 سا

5-3- الوقت المستخدم في الآلة الثانية: 600 سا + 00 سا = 600 سا

5-4- الوقت غير المستخدم في الآلة الثانية (المتاح – المستخدم): 900 سا + 600 سا = 300 سا

حل التمرين الخامس: --

1- التمثيل البياني للقيود:

1-1- القيد الأول: $x_1 + x_2 = 9$

نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 9$ A (0 , 9)

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9$ B (9 , 0)

1-2- القيد الثاني: $x_1 - x_2 = 9$

نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -9$ C (0 , - 9)

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 9$ D (9 , 0)

1-3- القيد الثالث: $x_1 + 3 x_2 = 17$

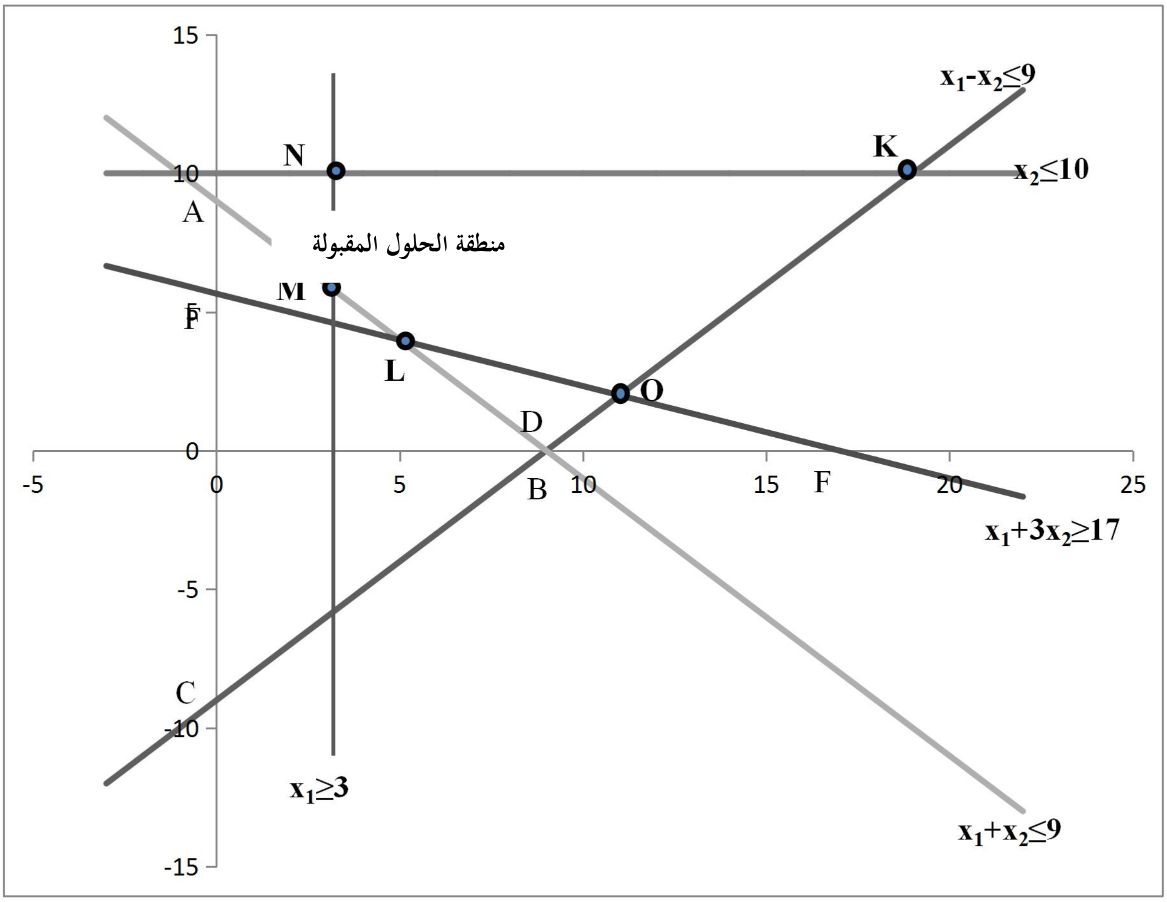
نضع:

$x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 3/17$ E (0 , 3/17)

نضع:

$x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 17 \qquad F\ (17\ ,\ 0)$

هذا إضافة إلى تحويل القيدين الأخيرين إلى معادلات: $x_1 = 3$ و $x_2 = 10$ ، ثم تمثيلها جميعا على معلم متعامد و متجانس.



و عليه فإن المنطقة OLMNK هي منطقة الحلول المقبولة.

2- تحديد إحداثيات النقاط الرأسية و تقييم Z:

❖ **النقطة O**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 9 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \times (3) \\ x_1 + 3x_2 = 17 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (3)، و جمع المعادلتين نحصل على:

$3x_1 - 3x_2 + x_1 + 3x_2 = 27 + 17$

$4x_1 = 44 \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = 11}$

بتعويض قيمة $\boldsymbol{x_1}$ في إحدى المعادلتين (و لتكن المعادلة الأولى)، نحصل على:

$11 - x_2 = 9 \Rightarrow -x_2 = 9 - 11 \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 2}$

و منه:

$\boldsymbol{O}\ (11\ ,\ 2) \Rightarrow Z = 3\ (\boldsymbol{11}) + 3\ (\boldsymbol{2}) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 39}$

❖ **النقطة L**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \ \ldots\ldots\ldots\ldots \times (-3) \\ x_1 + 3x_2 = 17 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في (-3)، و جمع المعادلتين نحصل على:

$-3x_1 - 3x_2 + x_1 + 3x_2 = -27 + 17$

$-2x_1 = -10 \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = 5}$

بتعويض قيمة $\boldsymbol{x_1}$ في إحدى المعادلتين (و لتكن المعادلة الأولى)، نحصل على:

$5 + x_2 = 9 \Rightarrow x_2 = 9 - 5 \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 4}$

و منه:

$\boldsymbol{L}\ (5\ ,\ 4) \Rightarrow Z = 3\ (\boldsymbol{5}) + 3\ (\boldsymbol{4}) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 27}$

❖ **النقطة M**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$$

بتعويض قيمة $\boldsymbol{x_1}$ في المعادلة الثانية، نحصل على:

$3 + x_2 = 9 \Rightarrow x_2 = 9 - 3 \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 6}$

و منه:

$\boldsymbol{M}\ (3\ ,\ 6) \Rightarrow Z = 3\ (\boldsymbol{3}) + 3\ (\boldsymbol{6}) \Rightarrow \boldsymbol{Z = 27}$

❖ **النقطة N**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

و منه:

$N\,(3\,,\,10) \;\Rightarrow\; Z = 3\,(3) + 3\,(10) \;\Rightarrow\; Z = 39$

❖ **النقطة K**: هي عبارة عن تقاطع المستقيمين:

$$\begin{cases} x_2 = 10 \\ x_1 - x_2 = 9 \end{cases}$$

بتعويض قيمة x_2 في المعادلة الثانية، نحصل على:

$x_1 - 10 = 9 \;\Rightarrow\; x_1 = 9 + 10 \;\Rightarrow\; x_1 = 19$

و منه:

$K\,(19\,,\,10) \;\Rightarrow\; Z = 3\,(19) + 3\,(10) \;\Rightarrow\; Z = 87$

النقاط الرأسية	الإحداثيات	$Z = 3x_1 + 3x_2$
O	(11 , 2)	$Z = 3(11) + 3(2) = 39$
L	(5 , 4)	$Z = 3(5) + 3(4) = 27$
M	(3 , 6)	$Z = 3(3) + 3(6) = 27$
N	(3 , 10)	$Z = 3(3) + 3(10) = 39$
K	(19 , 10)	$Z = 3(19) + 3(10) = 87$

و عليه نلاحظ أن كلا من النقطتين M و L تمثلان حلا أمثلا للنموذج أعلاه (تدنية *Min*)، فيصبح البرنامج الإنتاجي للمؤسسة كالتالي:

الحل الأمثل الأول (**النقطة L**):

$x_1 = 5$ أي على المؤسسة إنتاج 5 وحدة من المنتج الأول؛

$x_2 = 4$ أي على المؤسسة إنتاج 4 وحدات من المنتج الثاني.

الحل الأمثل الثاني (**النقطة M**):

$x_1 = 3$ أي على المؤسسة إنتاج 3 وحدة من المنتج الأول؛

$x_2 = 6$ أي على المؤسسة إنتاج 6 وحدات من المنتج الثاني.

حيث أن كلا الحلين يحققان المستوى الأدنى من التكاليف للمؤسسة و المقدرة بـ 27 وحدة نقدية.