

الرياضيات المالية

1.0

د. حبشي أسماء



قائمة المحتويات

5	وحدة
7	مقدمة
9	I-الفصل الأول: مفاهيم حول الفائدة البسيطة
9.....	أ. تمرين :مستوى المعرفة والتذكر.....
9.....	ب. تقييم أولي.....
11.....	ب. اختبار.....
11.....	1. تمرين :مكتسبات قبلية.....
11.....	2. تمرين :مكتسبات قبلية.....
11.....	ت. الفائدة البسيطة.....
11.....	ث. حساب الفائدة البسيطة.....
12.....	ج. تمرين :مستوى الفهم.....
12.....	ج. تمرين :مستوى التطبيق.....
12.....	ح. حساب الجملة المحصلة.....
14.....	خ. تمرين :مستوى الفهم.....
14.....	د. تمرين :مستوى التطبيق.....
14.....	ذ. المعدل الوسطي لعدة توظيفات.....
16.....	ر. تمرين :الفهم.....
16.....	ز. تمارين التقييم.....
19	حل التمارين
21	قاموس
23	معنى المختصرات
25	قائمة المراجع

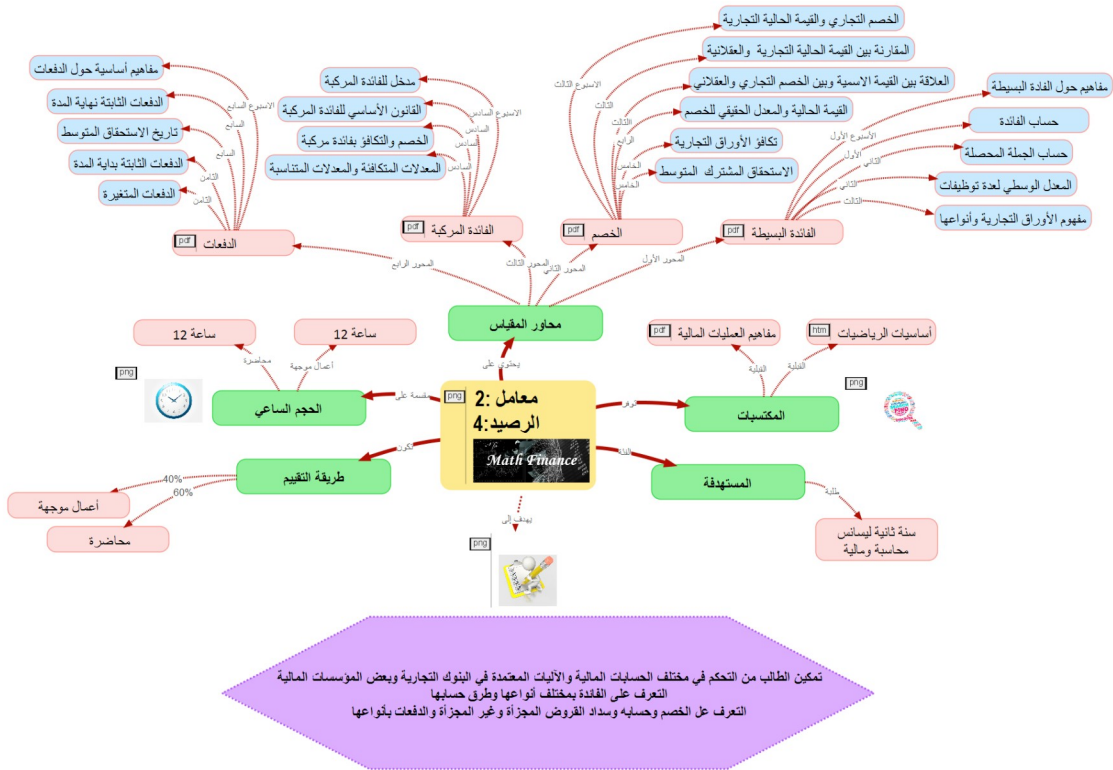
وحدة

عند الانتهاء من هذا المحور سيتمكن الطالب من الإلمام بأهداف المحور بناء على مستويات بلوم المعرفية:

- أن يميز المفاهيم الأساسية المرتبطة بموضوع الرياضيات المالية؛
- أن يستعرض المفاهيم الأساسية التي تسمح له بتحديد مختلف المتغيرات المتعلقة بالفائدة البسيطة؛
- أن يجري تمرينا على مختلف المفاهيم الأساسية المتعلقة بالفائدة البسيطة؛
- أن يقيس الطالب حالة الاستثمار في البنوك الاستثمارية والعوائد المتوقعة منها.

مقدمة

يعتبر مقياس الرياضيات المالية أحد المقاييس المدرسة لجميع تخصصات العلوم الاقتصادية، حيث يوفر للمهتمين بالنواحي الاستثمارية في سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة، ومن خلال هذا المقياس سنتناول بالشرح المبسط كيفية استخدام طرق وأساليب الرياضيات المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير أو متوسط أو طويل الأجل.



الفصل الأول: مفاهيم حول الفائدة البسيطة

9	تمرين: مستوى المعرفة والتذكر
9	تقييم أولي
11	اختبار
11	الفائدة البسيطة
11	حساب الفائدة البسيطة
12	تمرين: مستوى الفهم
12	تمرين: مستوى التطبيق
12	حساب الجملة المحصلة
14	تمرين: مستوى الفهم
14	تمرين: مستوى التطبيق
14	المعدل الوسطي لعدة توظيفات
16	تمرين: الفهم
16	تمارين التقييم

تتكون عناصر الإنتاج من أربعة عناصر أساسية وهي: الأرض، العمل، التنظيم ورأس المال، ومن الطبيعي أن يكون لكل عنصر من عناصر الإنتاج عائداً، فإذا كان الربح هو عائد الأرض، والأجر هو عائد العمل والربح هو عائد التنظيم، فإن عائد رأس المال موضوع بحثنا هو الفائدة أو المبلغ المدفوع نتيجة استعمال هذا المال، لذلك فالفائدة هي عبارة عن العائد من استعمال رأس المال.

أ. تمرين: مستوى المعرفة والتذكر

[17 ص 1 حل رقم]

الفائدة هي العائد على استعمال الغير

ب. تقييم أولي

تمرين 1: مستوى المعرفة والتذكر

[17 ص 2 حل رقم]

ما هو العائد من استعمال رأس المال؟

ربح	<input type="checkbox"/>
فائدة	<input type="checkbox"/>
ربيع	<input type="checkbox"/>
أجر	<input type="checkbox"/>

تمرين 2: مستوى المعرفة والتذكر

[17 ص 3 حل رقم]

عند استثمار مبلغ مالي في البنك، هل تتأثر العوائد المحصل عليها بالزمن؟

نعم	<input type="checkbox"/>
لا	<input type="checkbox"/>

تمرين 3: مستوى المعرفة والتذكر

[17 ص 4 حل رقم]

ماذا تعني عبارة تحصيل الفوائد البنكية

الحصول على الدخل الثابت من البنك

تقديم الفوائد المستحقة للبنك

ب. اختبار

1. تمرين: مكتسبات قبلية

[17 ص 5 حل رقم]

حل المعادلة التالية:

$$15x + 30 = 0$$

$x = -2$

$x = 2$

2. تمرين: مكتسبات قبلية

[18 ص 6 حل رقم]

حل المعادلة التالية:

$$4x^2 + 2x - 3 = 0$$

إذا علمت أن: $\Delta = b^2 - 4ac$

$x_1 = -1,15$	<input type="checkbox"/>
$x_2 = 0,65$	<input type="checkbox"/>

ت. الفائدة البسيطة

تعريف



الفائدة هي ذلك العائد المالي المحصل عليه من عملية توظيف مبلغ مالي أو هي المبلغ الذي يدفعه المقرض للمقرض مقابل استخدام المبلغ المقرض لمدة زمنية معينة، أي أن الفائدة هي مقدار الزيادة في رأس المال نتيجة استثماره أو إقراضه، إذا كان مبلغ هذه الفائدة مقدارا ثابتا في كل مدة يحين تاريخ استحقاقها تكون الفائدة بسيطة والتي تحسب على المبلغ الموظف أو المقرض، لمدة لا تتعدى عادة سنة واحدة دون أن تضاف إليه في نهاية كل فترة، فقد تحسب الفائدة يوميا أو نصف شهري أو شهريا أو ثلاثيا أو سداسيا أو سنويا. [2]2

ث. حساب الفائدة البسيطة

تتوقف قيمة الفائدة البسيطة المحسوبة لأي مبلغ مالي على ثلاث عوامل تتمثل في: [2]2

- قيمة الأصل (C): مقدار رأس المال الموظف أو المقرض تبقى قيمته ثابتة طول مدة استثماره وله علاقة طردية مع الفائدة البسيطة I، فهي تزداد بزيادة الأصل؛
- مدة المعاملة (n): يقصد بها فترة استغلال المبلغ المقرض أو مدة توظيفه و تكون العلاقة بين هذه المدة والفائدة البسيطة علاقة طردية؛
- معدل الفائدة (t): يمثل $t\%$ فائدة وحدة نقدية واحدة خلال سنة كاملة وقد جرت العادة على ذكر معدل الفائدة لكل 100 وحدة نقدية عن مدة قدرها سنة واحدة، فمثلا إذا كان معدل الفائدة 3% معناه أن كل 100 وحدة من المبلغ الموظف يدفع عنها فائدة قدرها 3 وحدة نقدية في نهاية كل سنة.

لنفرض أنه تم توظيف مبلغ قدره $C\%$ خلال فترة زمنية معبر عنها بالسنوات n بعدل فائدة بسيطة $t\%$ ، محسوب على أساس 100 ون، فإن قيمة الفائدة البسيطة $I\%$ المحصل عليها خلال فترة التوظيف تحسب بالعلاقة التالية:

$$I = c \times t / 100 \times n$$

إذا كانت مدة التوظيف في حالة الفائدة البسيطة جزء من السنة، في هذه الحالة يتم تحويل المدة الزمنية لما يعادلها بالسنوات لحساب مقدار الفائدة البسيطة فنجد مثلا:

إذا كانت مدة التوظيف شهرية:

$$I = c \times t / 100 \times m / 12$$

وإذا كانت مدة التوظيف يومية:

$$I = c \times t / 100 \times j / 360$$

مثال



أودع شخص مبلغ 1000 دج بمعدل فائدة سنوي بسيط قدره 8% ، أحسب الفائدة المحصل عليها إذا كانت مدة الاستثمار: سنة، 8 أشهر.

الحل:

- حساب الفائدة إذا كانت المدة سنة:

$$I = c \times t / 100 \times n$$

$$I = 1000 \times 8 / 100 \times 1$$

$$I = 80 \text{ DA}$$

- حساب الفائدة إذا كانت المدة 8 أشهر:

$$I = c \times t / 100 \times m / 12$$

$$I = 1000 \times 8 / 100 \times 8 / 12$$

$$I = 53.33 \text{ DA}$$

ج. تمرين: مستوى الفهم

[18 ص 7 حل رقم]

هل الفائدة هي العائد المالي المحصل عليه من عملية توظيف مبلغ مالي؟ أجب بنعم أو لا

ج. تمرين: مستوى التطبيق

[18 ص 8 حل رقم]

أودع شخص مبلغ 1000 دج بمعدل فائدة سنوي بسيط قدره 8%، أحسب الفائدة المحصل عليها إذا كانت مدة الاستثمار: 250 يوم.

ج. حساب الجملة المحصلة

تعريف



إذا أودع شخص في بنك مبلغا من المال قدره C لمدة قدرها n وكان معدل الفائدة في هذا البنك هو t فإنه في نهاية المدة الزمنية المتفق عليها يكون لهذا الشخص قيمة المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى قيمة الفائدة I التي يحصل عليها من البنك ومجموع المبلغين يسمى الجملة أو القيمة المكتسبة أو الرصيد والتي يرمز لها بالرمز C_n وتحسب بالعلاقة التالية:

$$C_n = C + I$$

إذن الجملة هي مجموع الأصل والفوائد .



مثال



أودع شخص مبلغ 12400 دج في بنك بمعدل 8% لمدة 3 سنوات فتكون الجملة:

$$C_n = C + I$$

$$C_n = 12400 \times (1 + 3 \times 8 / 100)$$

Cn=15376 DA

خ. تمرين :مستوى الفهم

[18 ص 9 حل رقم]

ما هي (Cn) ؟

د. تمرين :مستوى التطبيق

[18 ص 10 حل رقم]

وظف شخص مبلغ ما لدى بنك لمدة 130 يوم بمعدل فائدة بسيطة 4% سنويا ، ثم وظف جملة هذا المبلغ لدى بنك ثاني لمدة 120 يوم بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا ، فبلغت الفائدة التي تحصل عليها من البنك الثاني فقط 365.2 دج.
- أحسب أصل المبلغ الموظف لدى البنك الأول.

C1= 18000 DA

C1= 16000 DA

ذ. المعدل الوسطي لعدة توظيفات

تعريف



لتكن لدينا مجموعة من رؤوس الأموال (C1 ; C2 ; C3) لشخص واحد تم توظيفها بمعدلات فائدة بسيطة مختلفة (t1 ; t2 ;t3)، خلال فترات زمنية مختلفة (n1 ; n2 ; n3)، في بنوك متعددة، إذا استطعنا تعويض هذه المعدلات بمعدل واحد حيث يحقق نفس المبلغ الإجمالي للفائدة البسيطة، عندئذ نكون أمام المعدل المتوسط لعدة توظيفات نرمز له بـ (T).

فالمعدل المتوسط لعدة توظيفات هو المعدل الوحيد الذي يعوض مجموعة من المعدلات (t1 ; t2 ;t3)، بحيث مجموع الفوائد المحققة بهذا المعدل الوحيد يساوي مجموع الفوائد المحققة لهذه المعدلات المختلفة.

إذا عوضنا (t1 , t2,t3) بالمعدل الوحيد T، تصبح العلاقة السابقة كما يلي:(1)[1]

$$C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n$$

$$\Rightarrow C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n =$$

$$C_1 \times T \times n_1 + C_2 \times T \times n_2 + C_3 \times T \times n_3 + \dots + C_k \times T \times n_k$$

ومنه:

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \dots + C_n \times n_n}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \times t_i \times n_i}{\sum_{i=1}^n C_i \times n_i}$$

مثال



وظف شخص ثلاثة مبالغ بتاريخ 15 جوان 2020 قيمتها على الترتيب 45000، 52100، 39800 بمعدلات فائدة

على التوالي: 5.5% ، 8.5% ، 7% إلى غاية 20 جويلية، 31 أوت، 14 سبتمبر على الترتيب، فما هو المعدل المتوسط للتوظيفات الثلاث؟

الحل:

لحساب المعدل المتوسط للتوظيفات الثلاث نحسب أولا مدد التوظيف:

$$n_1 = (30 - 15) + 20 = 35 \text{ jours.}$$

$$n_2 = (30 - 15) + 31 + 31 = 77 \text{ jours.}$$

$$n_3 = (30 - 15) + 31 + 31 + 14 = 91 \text{ jours.}$$

$$T = \frac{C_1 \times t_1 \times n_1 + C_2 \times t_2 \times n_2 + C_3 \times t_3 \times n_3 + \dots + C_n \times t_n \times n_n}{C_1 \times n_1 + C_2 \times n_2 + C_3 \times n_3 + \dots + C_n \times n_n}$$

$$T = \frac{45000 \times 5,5 \times 35 + 52100 \times 8,5 \times 77 + 39800 \times 7 \times 91}{35000 \times 45 + 47000 \times 68 + 49500 \times 72}$$

$$\boxed{T = 7,39 \%}$$

ر. تمرين: الفهم

[18 ص 11 حل رقم]

المعدل المتوسط لعدة توظيفات هو

المعدل الذي يعوض مجموعة من المعدلات

المعدل الوحيد الذي يعوض مجموعة من المعدلات

ز. تمارين التقويم

تمارين (الفصل الأول)

تمرين 01

مبلغ من المال يقدر بـ: 54000 دج تم إيداعه في بنك بفائدة بسيطة نسبتها 10 % بتاريخ 2020/04/19 حقق في نهاية مدة التوظيف فائدة قدرها 1230 دج.

المطلوب:

1. أحسب مدة التوظيف ثم حدد تاريخ نهاية التوظيف؛

2. أحسب الجملة المحصلة في هذا التاريخ؛

3. أحسب القيمة المحصلة لهذه الجملة بعد 74 يوم من تاريخ إيداع المبلغ الأصلي.

تمرين 02

رأس مال قدره 50000 دج تم توظيفه بمعدل فائدة بسيطة لمدة سنتين ، بمعدل سنوي % t ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد سنتين تم سحبها و توظيفه من جديد بفائدة بسيطة لمدة ثلاث سنوات،

و بمعدل سنوي % (t+3) ، المبلغ الإجمالي المحصل عليه بعد العمليتين 68200 دج .

المطلوب:

• أحسب معدل الفائدة ؟

تمرين 03

وظف تاجر مبلغ من المال لدى بنك معين لمدة سنة وسبعة أشهر فكانت الفائدة البسيطة في نهاية الفترة تقدر بـ 1425 دج، إذا علمت أنه وظف مبلغ آخر ضعف المبلغ الأول في بنك آخر بمعدل فائدة 4 % وفي نفس الفترة كانت الفائدة البسيطة المحصل عليها نهاية الفترة هي 3800 دج.

المطلوب:

1. أحسب مبلغ التوظيف؛

2. أحسب معدل الفائدة المطبقة في البنك الأول؛
3. أحسب الجملة المكتسبة في البنك الأول والثاني.

تمرين 04

وظف شخص مبلغ ما لدى بنك لمدة 130 يوم بمعدل فائدة بسيطة 4% سنويا ، ثم وظف جملة هذا المبلغ لدى بنك ثاني لمدة 120 يوم بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا ، فبلغت الفائدة التي تحصل عليها من البنك الثاني فقط 365.2 دج.

- أحسب أصل المبلغ الموظف لدى البنك الأول.

حل التمارين

< 1 (ص 9)

الفائدة هي العائد على استعمال رأس مال الغير

< 2 (ص 9)

ربح

فائدة

ربح

أجر

< 3 (ص 10)

نعم

لا

< 4 (ص 10)

الحصول على الدخل الثابت من البنك

تقديم الفوائد المستحقة للبنك

< 5 (ص 10)

$x=-2$

$x=2$

< 6 (ص 10)

$x_1 = -1,15$



$x_2 = 0,65$



< 7 (ص 12)

نعم

الفائدة هي ذلك العائد المالي المحصل عليه من عملية توظيف مبلغ مالي أو هي المبلغ الذي يدفعه المقترض للمقرض مقابل استخدام المبلغ المقترض لمدة زمنية معينة، أي أن الفائدة هي مقدار الزيادة في رأس المال نتيجة استثماره أو إقراضه.

< 8 (ص 12)

$I = 55.55 \text{ DA}$

< 9 (ص 13)

الجملة المحصلة

< 10 (ص 13)

$C1 = 18000 \text{ DA}$



$C1 = 16000 \text{ DA}$



< 11 (ص 14)

المعدل الذي يعوض مجموعة من المعدلات



المعدل الوحيد الذي يعوض مجموعة من المعدلات



قاموس

Agio

هو مجموع كل من الخصم التجاري وعمولة البنك ومصاريف التحصيل.

معنى المختصرات

Capital	C -
Escompte commercial	Ec -
Escompte réel	Er -
L'Intérêt simple	I -
taux d'intérêt	t -
Valeur Actuelle	VA -

قائمة المراجع

- [1] شامي صليحة، محاضرات في الرياضيات المالية -دروس وتمارين محلولة-، 2021-2022، جامعة الجزائر 3.
- [2] بوعروري فاطمة، محاضرات في الرياضيات المالية، 2020-2021، جامعة سطيف.
- [3] خليفة الحاج، دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية، 2019-2020، جامعة مستغانم.