**1-11: اختبار جودة توفيق نموذج الانحدار الخطي البسيط**

توجد العديد من المؤشرات الإحصائية التي يمكن استخدامها لاختبار جودة توفيق نموذج الانحدار الخطي البسيط أهما معامل التحديد، الخطأ المعياري للتقدير، اختبار F .

* **اختبار F : F test**

يستخدم اختبار F للتحقق من معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط ، ولتحقيق ذلك لا بد من اختبار ما يلي:

**عدم معنوية النموذج: H0**

**معنوية النموذج:1 H**

إن إحصاء الاختبار المناسب لهذه الفرضية يأخذ الشكل التالي:

**F cal= r2/(k-1) /(1-r2)/(n-k)**

حيث ان :

* K : تمثل عدد المتغيرات في النموذج وهي تساوي 2.
* n : تمثل عدد أزواج قيم المتغيرين x ، y

وبالتالي فان القرار الإحصائي يكون كما يلي:

* نقبل الفرضية الصفرية عند مستوى المعنوية (α) إذا كان إحصاء الاختبار المحسوب  **F cal** اقل من القيمة الجدولية **,1, n-2) α F (1-**  ، وهذا ما يدل على عدم معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط.
* نرفض الفرضية الصفرية عند مستوى المعنوية (α) إذا كان إحصاء الاختبار المحسوب **Fcal** اكبر من أو يساوي القيمة الجدولية **F tab** ، وهذا ما يدل على معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط..

**ملاحظة**: إن إحصاء الاختبار السابق يمكن إيجاده أيضا من خلال جدول تحليل التباين ANOVA التالي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **اختبار الاختبار F** | **متوسط المربعات**  **Mean of Squares** | **درجات الحرية**  **df** | **مجموع المربعات**  **Sum of squares** | **مصدر التباين**  **S.O.V** |
| **SSR / SSE/n-2** | **SSR/1** | **K-1=1** | **SSR** | **الانحدار**  **Regression** |
|  | **SSE/n-2** | **n-K=n-2** | **SSE** | **الخطأ**  **Error** |
|  |  | **n-1** | **SST** | **الكلي**  **Total** |

إن العمود الأخير من هذا الجدول يوضح كيفية حساب إحصاء الاختبار F وذلك كما يلي:**Fcal = SSR/SSE/n-2**

وهذا الإحصاء له توزيع فيشر بدرجتي حرية **1 و (n-2**) وعليه فان القيمة الجدولية ل F تأخذ الشكل التالي:

**F(1-α,1,n-2)**

**1-12: التقدير والتنبؤ:**

بعد إعداد نموذج الانحدار الخطي البسيط وفحصه والتأكد من استيفائه لفروضه يصبح ألان بالإمكان استخدامه في عملتي التقدير والتنبؤ.

* **تقدير القيمة المتوسطة للمتغير التابع عند قيمة معينة من قيم x أي (x=x0)**

تقدير القيمة المتوسطة للمتغير التابع y ينقسم إلى نوعين هما:

**-التقدير بنقطة**

**-˰التقدير بفترة او بمجال.**

* **التقدير بنقطة:** سوف نستخدم نموذج الانحدار المقدر التالي لتقدير القيمة المتوسطة ل y**: b0+b1x = Ŷ**

حيث يتم تعويض قيمة المتغير المستقل المراد عندها تقدير قيمة المتغير التابع في الجانب الأيمن من المعادلة الموضحة أعلاه للحصول على القيمة المقدرة وذلك كما يلي**: b0+b1x0 = 0Ŷ**

**حيث: 0Ŷ:** يمثل تقدير القيمة المتوسطة للمتغير التابع وهو مقدر غير متحيز للقيمة الحقيقية للمتغير التابع y0 عندما تكون قيمة المتغير المستقل مساوية ل x0 .

* **فترة الثقة للقيمة المتوسطة y عندما تكون (x=x0 )**

مما لاشك فيه أن القيمة المتوسطة للمتغير التابع المقدرة قد تختلف عن القيمة الحقيقية ، ويعرف الفرق بين القيمة المقدرة والحقيقية للمتغير التابع بخطأ التقدير ، ومن اجل قياس مدى دقة التقدير يتم عادة حساب الخطأ المعياري للقيمة المقدرة وإيجاد فترة الثقة.

في البداية نقوم بإيجاد تباين القيمة المقدرة 0Ŷ وذلك وفق الصيغة التالية:

**0) = Ϭ2ԑ(1/n+(x0- X̅)2/ssx ) Ŷ Var (**

وبما أن تباين الخطأ مجهول فسيتم تقديره بتباين البواقي s2e ، وبالتالي فان التباين المقدر ل0 Ŷ يكون كما يلي:

**0)= S2e(1/n+(x0- X̅)2/ssx )Ŷ )v**˰**ar**

وبأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة نحصل على الخطأ المعياري (المقدر) للقيمة المقدرة **0Ŷ: S2e(1/n+(x0- X̅)2/ssx ) √= ( 0Ŷ )˰Ϭ**

وبالطريقة المعتادة لتأسيس فترات الثقة ، تاخذ فترة الثقة للقيمة المتوسطة ل y عندما يكون للمتغير المستقل قيمة معينةx0 الشكل التالي:

**+- t(1-α/2,n-2).√ S2e(1/n+(x0- X̅)2/ssx ) 0Ŷ**

* **التنبؤ بمشاهدة جديدة للمتغير التابع أو التنبؤ بقيم y الفردية بمعلومية x :**
* **التنبؤ بنقطة:**

لا يوجد اختلاف في التنبؤ بنقطة بين تقدير القيمة المتوسطة والتنبؤ الفردي للمتغير التابع حيث تتم بنفس الطريقة، إلا أن فترات التنبؤ تختلف في كل حالة اذ أنها اكبر في حالة التنبؤ بقيم y الفردية من حالة تقدير القيمة المتوسطة.وذلك راجع لكب الخطأ المعياري في التنبؤ بقيم y الفردية.

* **فترة التنبؤ:**

**من اجل إيجاد فترة التنبؤ للقيمة المتنبأ بها يجب أولا تحديد الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم y الفردية ، وهذا الخطأ يحدد بعد أن يتم تحديد تباين التنبؤ الفردي والذي نرمز له بالرمز(h Ŷ)var حيث:**

**Ϭ2ԑ(1+1/n+(x0- X̅)2/ssx ) = hŶvar**

إن hŶ تمثل قيمة التنبؤ الفردي ل y بينما 0Ŷ تمثل القيمة المتنبأ بها عند x0.

**وبما أن Ϭ2ԑ مجهول فسيتم تقديره باستخدام تباين البواقي S2e،** وبالتالي فان مقدر تباين التنبؤ الفردي يأخذ الصيغة التالية:

**h)= S2e(**1+**1/n+(x0- X̅)2/ssx)Ŷ )v**˰**ar**

وبأخذ الجذر التربيعي للمعادلة السابقة نتحصل على الخطأ المعياري (المقدر) للتنبؤ بقيم y الفردية وذلك كما يلي:

**S2e(1+1/n+(x0- X̅)2/ssx ) √= ( hŶ )˰Ϭ**

من خلال ما سبق نلاحظ أن الخطأ المعياري للتنبؤ بقيم y الفردية اكبر من الخطأ المعياري لتقدير القيمة المتوسطة ل y ، وهذا ما يوضح لنا درجة دقة اقل في التنبؤ بقيم y الفردية عنه في تقدير متوسط y .

وبإتباع نفس الخطوات السابقة، تكون فترة التنبؤ للتنبؤ الفردي كما يلي**:**

**+- t(1-α/2,n-2).√ S2e(1+1/n+(x0- X̅)2/ssx ) 0Ŷ**