

Corrigé type Interrogation

EXO:01

$Y_1 \sim N(0, 1)$ (0,5)

Y_2 on ne connaît pas la loi (0,5)

$Y_3 \sim \chi^2_2$ (0,5)

$\frac{1}{2} Y_4 \sim f(x, n)$ (0,5)

EXO:02

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{10} (50 + \dots + 30) = 43$ (1)

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \bar{X}^2 = 54$ (1)

$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \frac{10}{9} \times 54 = 56,67$ (1)

$\sigma = \sqrt{54} = 7,34$ (0,5)

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{56,67} = 7,52$ (0,5)

EXO:03

1) Le test à réaliser est : test d'inférence de moyenne.

$H_0 : \mu_x = 178$ contre $H_1 : \mu_x \neq 178$ (0,5)

$U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\frac{10}{32} \sigma^2}{n_x}}} \sim N(0, 1)$ [le fait que $n > 30$] (0,5)

$u = \frac{180 - 178}{\sqrt{\frac{50}{32}}} = 1,6$ (réalisation de la statistique du test) (0,2)

(0,5) $u \in] -u_{\alpha/2}, u_{\alpha/2}[$ donc on ne peut pas rejeter H_0 , pour $\alpha = 5\%$.

2) le test à réaliser dans ce cas est : le test d'homogénéité de variance.

$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ contre $H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ (0,5)

la statistique de test est : $F = \frac{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2}} \sim f_{(n_1-1, n_2-2, 1-\alpha)}$ (0,5)
 ($\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2} > \frac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2}$).

la réalisation de la statistique est.

$$f = \frac{50}{30} = 1,67, \quad f_{\bar{x}} = 1,79.$$

$f \in [1, 1,79[\Rightarrow$ on ne rejette pas H_0
pour $\alpha = 5\%$. $\frac{12}{\sigma_1^2} = \frac{12}{\sigma_2^2}$

③ le test à réaliser dans ce cas est: le
test d'homogénéité de moyenne (cas $n > 30$).
 $H_0 = \mu_x = \mu_y$ contre $H_1 = \mu_x \neq \mu_y$.

la statistique de test est:

$$U = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\frac{12}{\sigma_x^2}}{n_1} + \frac{\frac{12}{\sigma_y^2}}{n_2}}} = \frac{1,80 - 1,66}{\sqrt{\frac{50}{32} + \frac{30}{31}}} \approx 9,00$$

$$u_{\alpha} = 2,33.$$

$u \notin]-u_{\alpha}, u_{\alpha}[\Rightarrow$ on rejette H_0

\Rightarrow la taille moyenne des deux groupes sont
différent