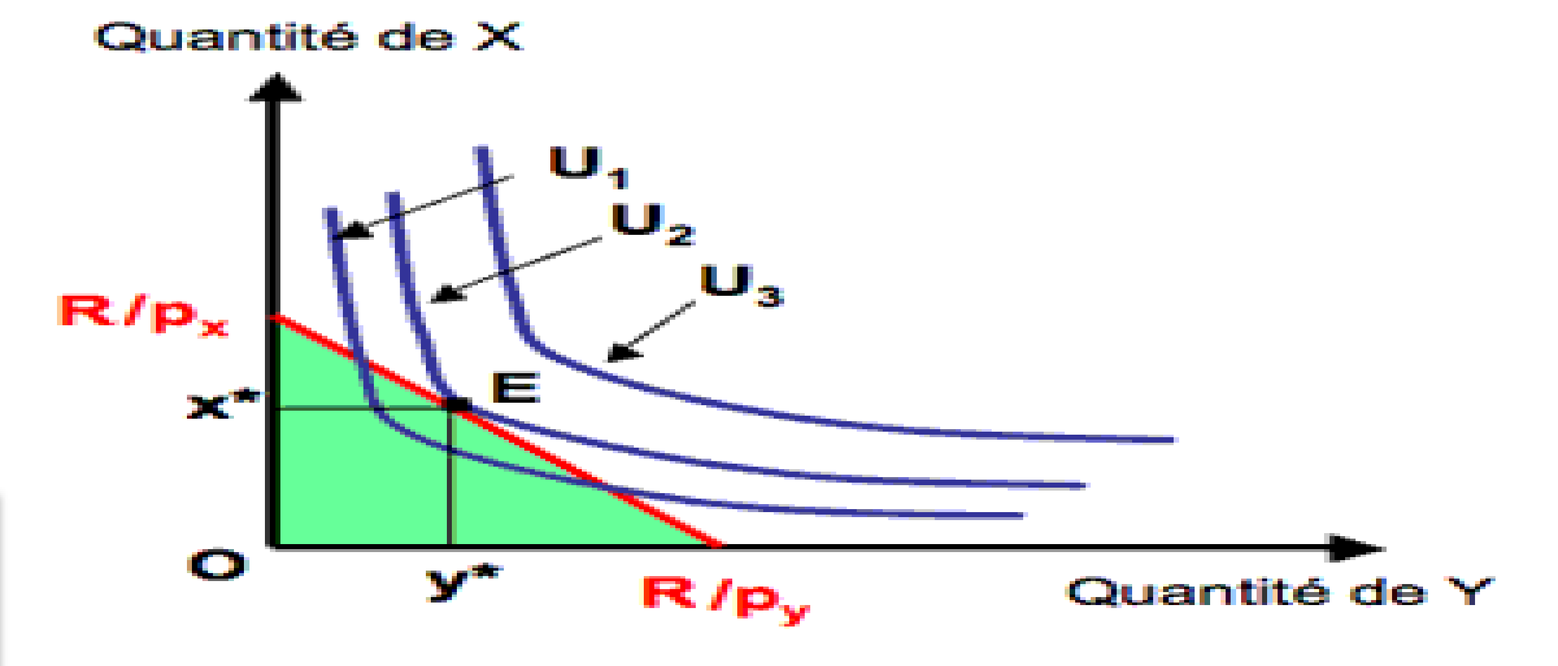
بسم الله الرحمن الرحيم

اهلا وسهلا بكم

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

جامعة محمد خيضر- بسكرة-
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية



أ.د/ خليفي عيسى

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 1

- **مثال01**: هل منحنيات السواء تتقاطع؟

✓ **الحل**: منحنيات السواء لا تتقاطع أبدا. لماذا؟: حتى تكون أي نقطة تقع على منحنى سواء أعلى، او أفضل من أي نقطة تقع على أي منحنى سواء أسفل، وهو ما لا يتحقق في حالة تقاطع هذه المنحنيات.

✓ **البرهان**: بفرض أن التوليفتين A و C تقعان على منحنى السواء U1 ، وأن التوليفتين B و C تقعان على منحنى السواء U2 ، إذن من الشكل نجد :

أن منفعة النقطة B أكبر من منفعة النقطة A، وبما أن A و C تقعان على نفس منحنى السواء فإن منفعة النقطة A هي نفسها منفعة النقطة C أي(Ua=Uc)

وأيضا بالنسبة للنقطتين B و C اللذان يقعان على منحنى سواء واحد U2 إذن (Ub=Uc). وباستعمال علاقة التعدي نتحصل على $(U_A = U_B)$ وهذا مستحيل لأننا من البداية انطلقنا على أساس $(U_B > U_A)$ ، وعليه فإن منحنيات السواء لا يمكن أن تتقاطع أبدا.

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 2

مثال02: لنا: $UT = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}$

المطلوب: - أوجد المعدل الحدي للإحلال TMSx,y .

✓ **الحل:**- إيجاد المعدل الحدي للإحلال: **طريقة أولى:**

$$UT = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}} \Rightarrow TMS = -\frac{UM_X}{UM_Y} = -\frac{\frac{1}{2} X^{\frac{-1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow TMS = -\frac{Y}{X}$$

طريقة ثانية:

$$U' = 0 \Leftrightarrow f'(x,y) = \frac{\delta f}{\delta X} \cdot dx + \frac{\delta f}{\delta Y} \cdot dy = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta f}{\delta X} \cdot dx = -\frac{\delta f}{\delta Y} \cdot dy$$

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 3

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\delta f}{\delta X}}{\frac{\delta f}{\delta Y}}$$

$$= -\frac{\frac{1}{2}X^{\frac{-1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}} = -\frac{Y}{X}$$

$$TMS_{X,Y} = -\frac{Y}{X}$$

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 4

- **مثال03:** تأخذ دالة المنفعة لمستهلك ما الشكل التالي $U = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}$

على منحنى السواء U2، توجد النقطة A إحداثياتها: $A(X_A ; Y_A)$
إذا ازدادX بكمية ΔX (حيث ΔX >0 وهذا انطلاقا منA (على منحنى السواء U2).

1- حدد المعدل الحدي الإحلال TMSx,y مابين A و B، والنقطة المحصل عليها بعد الزيادة في " X " .

2- بأي قيمة تقدر TMSx,y .في النقطة A إذا كانت الكمية ΔX ضئيلة جدا.

3- ما هو المقابل الرياضي للجواب السابق (2).

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 5

✓ **الحـل:** - 1- إيجاد المعدل الحدي للإحلال:

$$U = f(x,y) = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}}$$

$$U = 2$$

$$A(X_A ; Y_A) \Rightarrow B(X_A + \Delta X ; Y_A)$$

- إيجاد إحداثيات Y بالنسبة للنقطة B :

$$U = 2 \Rightarrow 2 = X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow Y^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{X^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow Y_A = \frac{4}{X_A}$$

وعليه تصبح إحداثيات النقطتين A و B كالتالي:

$$A\left(X_A ; \frac{4}{X_A}\right) \Rightarrow B\left(X_A + \Delta X ; \frac{4}{X_A + \Delta X}\right) \Rightarrow TMS_{X,Y} = \frac{dy}{dx} = -\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = -\frac{\frac{4}{X_A + \Delta X} - \frac{4}{X_A}}{X_A + \Delta X - X_A}$$

$$= -\frac{\frac{4X_A - 4X_A - 4\Delta X}{X^2_A + X_A \cdot \Delta X}}{\Delta_X} = -\frac{\frac{-4\Delta_X}{X^2_A + X_A \cdot \Delta X}}{\Delta X} = -\frac{4}{X^2_A + X_A \cdot \Delta X}$$

- إذا كانت (ΔX) ضئيلة جدا (معدومة) فإن: $TMS_{X,Y} = -\frac{4}{X_A^{\,2}}$.

-3 هو: 2 $TMS_{X,y} = -\frac{4}{X^2}$ المقابل الرياضي للجواب السابق

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 6

- **مثال04**: لتكن لدينا دال المنفعة الكلية معطاة بالشكل التالي: $UT = 5XY$

حيث دخل المستهلك هو: R=20um وأسعار السلعتين و هي على التوالي 1و2.

المطلوب: - أوجد نقطة التوازن.

- احسب المعدل الحدي للإحلال TMSx,y عند نقطة التوازن ثم فسر معناه.

✓ **الحل**: - إيجاد نقطة التوازن.

$UT = 5XY \rightarrow 20 = X + 2Y \rightarrow L = 5XY + \lambda(20 - X - 2Y)$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta L}{\delta X} &= 5Y - \lambda \Leftrightarrow \lambda = 5Y\\ \frac{\delta L}{\delta Y} &= 5X - 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{5X}{2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow X = 2Y$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = 20 - X - 2Y = 0$$

$$20 - 2Y - 2Y = 0 \Leftrightarrow Y = 5 \Rightarrow X = 10$$

✓ وعليه نقطة التوازن هي:

$$(X, Y) = (10, 5)$$

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 7

- ايجاد TMSx,y عند نقطة التوازن:

$$TMS = \frac{UM_X}{UM_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{5Y}{5X} = -\frac{Y}{X} = \frac{1}{2} = 0.5$$

- و هذا معناه أننا نتنازل على وحدة واحدة من Y مقابل وحدتين من X ، أو نتنازل عن 0.5 وحدة Y من مقابل وحدة واحدة من X .

امثلة وتمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 8

❑ **مثال05:** يعطي الجدول أدناه عدد من التوافيق للسلعتين X و Y كما يلي:

التوفيقات	X	Y	التوفيقات	X	Y	التوفيقات	X	Y
A	1	16	H	7	9	N	9	4
B	2	16	I	5	6	O	9	5
C	4	14	J	6	6	P	14	1
D	6	14	K	6	7	Q	13	2
E	2	11	L	9	6	R	12	4
F	3	10	M	9	3	S	14	4
G	5	10						

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 9

- **المطلوب:** 1- إذا كان الدخل المخصص للإنفاق هو:
$R=45, Px=4, Py=3$ حدد قائمة التوافيق التي يمكن للمستهلك شراؤها.

2-إذا كانت تفضيلات المستهلك كالتالي:

$L>K \,/\, O>N \,/\, F>E$

$D \sim H \sim S \,/\, C \quad K \sim O \,/\, P \quad M \sim I \,/\, L \sim S \,/\, G \sim Q \quad R \,/\, A \sim E \quad P \,/\, J \sim Q \quad N \sim B$

$B \sim F$.

- ماهي التوليفة التي يختارها المستهلك من الكميات X و Y و التي تعظم منفعته.

امثلة وتمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 10

الحل : 1- مجموعة التوليفات التي يمكن للمستهلك شراؤها هي التوليفات التي تكون أقل أو تساوي الدخل:

اي التوليفات $K(6,7)$ / $M(9,3)$ / $I(5,6)$ / $J(6,6)$ / $E(2,11)$ / $F(3,10)$ /

الملاحظة	$R = 4X + 3Y$	Y	X	التوليفة	الملاحظة	$R = 4X + 3Y$	Y	X	التوليفة
مقبولة	42	6	6	J	مرفوضة	52	16	1	A
مقبولة	45	7	6	K	مرفوضة	58	16	2	B
مرفوضة	54	6	9	L	مرفوضة	58	14	4	C
مقبولة	45	3	9	M	مرفوضة	58	14	6	D
مرفوضة	48	4	9	N	مقبولة	41	11	2	E
مرفوضة	51	9	9	O	مقبولة	42	10	3	F
مرفوضة	59	14	14	P	مرفوضة	50	10	5	G
مرفوضة	58	13	13	Q	مرفوضة	55	9	7	H
مرفوضة	60	12	12	R	مقبولة	38	6	5	I
مرفوضة	68	11	14	S					

11 امثلة وتمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

هناك توليفتين فقط تحقق قيد الدخل (R=45) الا و هي: K , M .

نربط الأشكال التي لها علاقة مشتركة، مثل: $D \quad H \sim \$ \quad L \sim \$$

إن منحنيات السواء هي:

$$- I \,/\, D \quad H \sim S \sim L$$

$$- \Pi \,/\, C \quad K \sim G \quad O \sim R$$

$$- III \,/\, A \quad E \sim P \quad M \sim I$$

$$- IV \,/\, J \quad Q \sim N \quad B \sim F$$

$$- I > II \,/\, II > IV \,/\, IV > III .$$

إذن التوليفة التي يختارها المستهلك هي: لأنها تحقق شرط الدخل، إضافة إلى أنها تقع في منحنى السواء أعلى.

12 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

مثال06: مستهلك يملك دالة منفعة لها الصيغة التالية:

$$U_1=15X^{0.5}Y^{0.5}$$

المطلوب: - اشرح باختصار السلوك العقلاني للمستهلك.

- بافتراض أن سعري السلعتين هما: $Px=2$، $Py=1$، $R=200$، أوجد توازن المستهلك ؟.

- نفرض الآن أن سعر السلعة Y ارتفع وأصبح $Py=2$ مع ثبات العوامل الأخرى ، اوجد اثر الإحلال و أثر الدخل للتغير في الاستهلاك ، ما هو نوع السلعة Y؟ ولماذا ؟.

13 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

- حل التمرين: Px =2، Py=1، R=200

الشرح:

السلوك العقلاني للمستهلك هو إنفاق المستهلك كل الدخل على السلع Xو Yالتي تحقق له أعظم منفعة.

- حساب توازن المستهلك :

$$UT = 15\, X^{0,5}\, Y^{0,5}$$

$$\Rightarrow R = xPx + yPy \Rightarrow 200 = 2x + y$$

$$\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py} = \frac{7.5.X^{-0.5}.Y^{0.5}}{7.5.X^{0.5}.Y^{-0.5}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{Y}{X} = 2 \leftrightarrow Y = 2X$$

$$200 = 2X + (2X) \leftrightarrow X_1 = 50$$

$Y_1 = 2X = 2(50) \ldots\ldots\ldots Y_1 = 100$

14 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

- التوليفة المثلى للمستهلك(نقطة التوازن) هي: (X1,Y1)=(50,100).

- حساب أثر الإحلال و أثر الدخل: عند $Py = 2$:

حساب أثر الإحلال: الإحلال يعنى أننا على نفس منحنى السواء السابق:

(X1, Y1)=(50, 100)

$$UT = 15(50)^{0,5}\ 100^{0,5}$$

$$UT = 1060,66 = 15X^{0,5}Y^{0,5}$$

$$Y = \frac{1125000}{225x} = \frac{500}{x}$$

- باستعمال شرط التوازن :

$$\frac{-\delta y}{\delta x} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow \frac{-\delta y}{\delta x} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{500}{X^2} = \frac{2}{2} = 1$$

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 15

$X2 = 70,71, \quad Y2 = 70,71 \Rightarrow (X2, Y2) = (70.71, 70.71)$

- **أثر الإحلال :**

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 70,71 - 50 = 20,29$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 70,71 - 100 = -29,29$$

• أثر الإحلال عمل على تخفيض الطلب على Yعندما ارتفع سعر .Px .

$$UT = 15X^{0,5}\, Y^{0,5}$$

$$Px = 2 \quad , \quad P_y = 2$$

- **حساب أثر الدخل:**

$$\frac{UM_X}{UM_y} = \frac{P_X}{P_Y} \Longleftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{2}$$

$$X = y$$

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية 16

- حساب أثر الدخل:

$$200 = 2y + 2y = 4y \Leftrightarrow y_3 = 50 \quad x_3 = 50$$

$$(X_3, Y3)=(50,50)$$

$$\Delta x = x_3 - x_2 = 50 - 70,71 = -20,71$$

$$\Delta y = y_3 - y_2 = 50 - 70,71 = -20,71$$

- أثر الدخل عمل على تخفيض الكمية المستهلكة من Y.

- بما أن أثر الإحلال و أثر الدخل بالنسبة للسلعة Y يعملان في نفس الاتجاه فإن هذه السلعة هي سلعة عادية.

17 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

- **مثال08**: لتكن لدينا دال المنفعة الكلية من الشكل: $UT=8\ x^2 . y$

المطلوب: 1- اوجد التوليفة الاستهلاكية المثلى و حدد حجم المنفعة المحصلة، اذا علمت ان: $R=60$, $Px=10$، $Py=40$.

2- اذا علمت ان: $U0=16000$, $Px=10$، $Py=40$. حدد معادلة منحنى السواء. احسب المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوازن:(بطريقتين).

3- - اوجد التوليفة الاستهلاكية الجديدة اذا تغير السعر: $PY1=2$، حدد معادلة الطلب على Y و ارسم المنحنى.

4- أوجد التوليفة الجديدة للسلعتين X و Y، اذا اصبح $R1=120$

ارسم منحنى انجل للسلعتين: X و Y .

18 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

✓ حل التمرين:1- ايجاد التوليفة الاستهلاكية المثلى و تحديد حجم المنفعة:

- إيجاد دوال الطلب:

$UT=8\ x^2 . y$

$R= X P_x + y P_y$

$$\frac{16XY}{P_X} = \frac{8X^2}{P_Y} \Leftrightarrow 2YP_Y = XP_X$$

$$Y = \frac{P_X}{2P_Y} X$$

$$R = XP_X + \left(\frac{P_X}{2P_Y} X\right) P_Y$$

$$2R = 3XP_X$$

دالة الطلب على X : $X = \dfrac{2R}{3P_X}$

دالة الطلب على y: $Y = \dfrac{2R}{3P_X}\left(\dfrac{P_X}{2P_Y}\right)$

$$Y = \frac{R}{3P_Y}$$

19 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

$$X = \frac{2R}{3P_X} = \frac{2(60)}{3(4)}$$ $X_0=10$

$y_0=20$ $$Y = \frac{R}{3P_Y} = \frac{60}{3(1)}$$

$(x_0, y_0) = (10, 20)$

✓ **حساب المنفعة:** $UT_0 = 8(10^2).(20) = 16000$

- تحديد معادلة منحنى السواء : $16000 = 8X^2Y$

$$Y = \frac{2000}{X^2}$$

- حساب المعدل الحدي للإحلال عند نقطة التوازن: (بطريقتين)

$$TMS_{X,Y} = \frac{-P_X}{P_Y} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$TMS_{X,Y} = \frac{-UM_X}{UM_y} = \frac{-16XY}{8X^2} = -\frac{2Y}{X} = \frac{-2(20)}{10} - 4$$

المعنى الاقتصادي: نتنازل عن 4 وحدات من Y مقابل وحدة واحدة من X

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة الترتيبية

- ايجاد التوليفة الاستهلاكية الجديدة: PY1=2

$$X_1=10 \quad X_1=\frac{2(60)}{3P_X}=\frac{120}{3(4)}$$

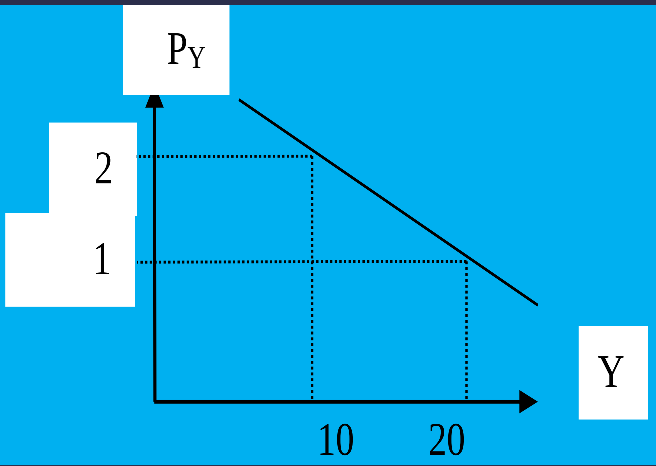
$$y_1=10 \quad Y_1=\frac{R}{3P_{Y1}}=\frac{60}{3(2)}$$

$(x_1, y_1)= (10 , 10)$

- تحديد معادلة الطلب على y:

$$Y=\frac{R}{3P_Y}=\frac{60}{3P_Y}=\frac{20}{P_Y}$$

- رسم منحنى الطلب على السلعة y:



y	P_y
20	1
10	2

امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة القياسية 21

- أيجاد التوليفة الجديدة للسلعتين Xو Y، R1=120 um

$X_2=20$ $X_2 = \frac{2R_1}{3P_X} = \frac{2(120)}{3(4)} = \frac{240}{12}$

$y_2=40$ $Y_2 = \frac{R_1}{3P_Y} = \frac{120}{3(1)} = \frac{120}{3}$

$(x_2, y_2) = (20, 40)$

ـ تحديد معادلة منحنى استهلاك الدخل:

$$Y = \frac{P_X}{2P_Y}X = \frac{4}{2(1)}X = 2X$$

ـ تحديد معادلتي انجلX و Y: ـ معادلة انجل x:

$$X = \frac{2R}{3P_X} = \frac{R}{6}$$

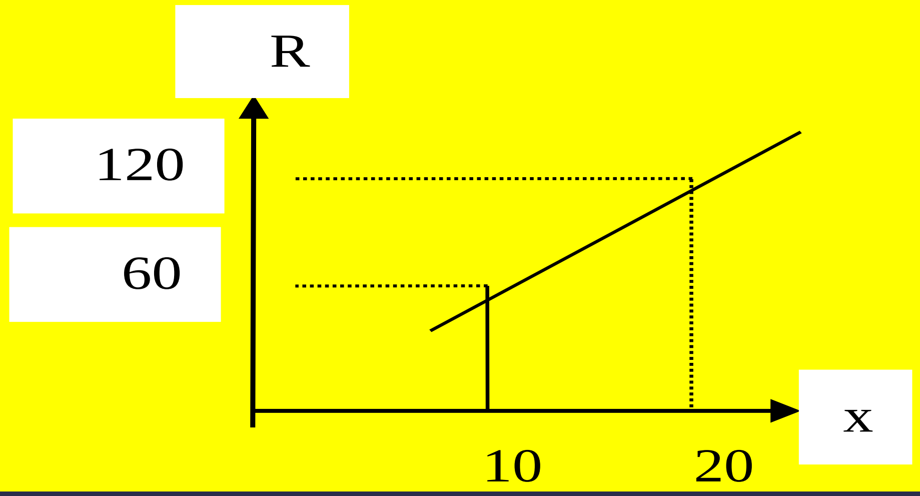
ـ معادلة انجل Y:

$$Y = \frac{R}{3P_Y} = \frac{R}{3}$$

22 امثلة و تمارين حول نظرية المنفعة القياسية

✓ اجْمل x:

x	R
10	60
20	120



✓ اجْمل y:

y	R
20	60
40	120