الامتحان النهائي في مقياس فيزياء 1

المدة : 1 سا و30 د

التمرين الأول: (4.25 ن)

يعطى شعاع الموضع لحركة نقطة مادية M في المستوي (OXY) بما يلي:

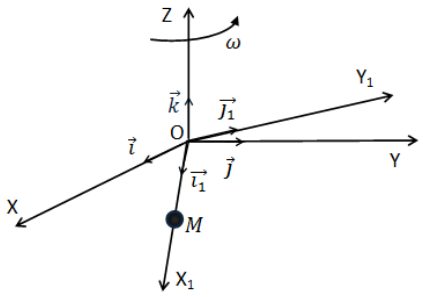
$$\overrightarrow{OM} = 4t^2\,\vec{\imath} + (3t^2 - 1)\,\vec{\jmath}$$

اوجد:

1) معادلة المسار وشكله.
2) مركبات وطويلة شعاعي السرعة والتسارع.
3) الزاوية α بين شعاع التسارع والمحور (OX).

التمرين الثاني: (3 ن)

ليكن $R(OXYZ)$ معلما مطلقا و $R_1(OX_1Y_1Z)$ معلما نسبيا في حالة دورانية منتظمة بسرعة زاوية ω حول المحور (OZ). تتحرك نقطة مادية على المحور (OX_1) وفق القانون $\overrightarrow{OM} = v_0 t\,\overrightarrow{\imath_1}$ حيث v_0 ثابتة (الشكل 1)، احسب:

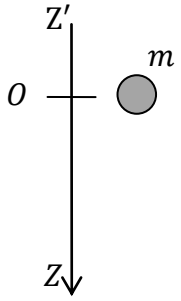


الشكل 1

1) شعاع الدوران اللحظي لـ R_1 بالنسبة لـ R.
2) السرعة المطلقة بطريقتين.

التمرين الثالث: (7 ن)

من المبدأ O وبدون سرعة ابتدائية، تسقط نقطة مادية كتلتها m على الأرض تحت تأثير ثقلها وقوة مقاومة الهواء $\overrightarrow{f_f} = -\alpha\,\vec{V}$ حيث α ثابت موجبا (الشكل 2).



الشكل 2

- عين القوى المؤثرة على الكتلة ثم احسب:

1) المعادلة التفاضلية للحركة.
2) سرعة النقطة المادية.
3) الارتفاع.

التمرين الرابع: (5.75 ن)

نضع جسم كتلته m في حقل قوى معرف بالطاقة الكامنة:

$$U = -(x^2 z + \frac{1}{2}y^2 z + \frac{1}{2}z^3)$$

احسب:

1) القوة $\vec{F}$ المؤثرة على الكتلة.
2) عمل القوة $\vec{F}$ من الموضع $A\,(1,1,1)$ إلى الموضع $B\,(2,2,2)$.
3) الطاقة الميكانيكية عند B علما أن سرعة الجسم عند هذا الموضع هي $V_B = 5\ \frac{m}{s}$.

بالتوفيق

حل الامتحان النهائي في مقياس فيزياء 1

حل ت (1): (ن 4,25)

1) إيجاد معادلة المسار:

$\overrightarrow{OM}: \begin{cases} x = 4t^2 \quad (1) \\ y = 3t^2 - 1 \quad (2) \end{cases}$

من (1): $t^2 = \frac{x}{4}$

نعوضه في (2):

$y = 3\left(\frac{x}{4}\right) - 1 \Rightarrow$

$\boxed{y = \frac{3}{4}x - 1}$ (0,5)

المعادلة المسار

وهو عبارة عن مستقيم. (0,5)

2) مركبات شعاع السرعة

$\vec{V} = \dot{\overrightarrow{OM}} = \begin{cases} \dot{x} = 8t & (0,5) \\ \dot{y} = 6t & (0,5) \end{cases}$

الطويلة:

$\|\vec{V}\| = \sqrt{(8t)^2 + (6t)^2} \Rightarrow$ (0,25)

$\boxed{\|\vec{V}\| = 10t}$ (0,25)

• مركبات شعاع التسارع:

$\vec{a} = \vec{V} = \begin{cases} \ddot{x} = 8 & (0,25) \\ \ddot{y} = 6 & (0,25) \end{cases}$

الطويلة:

$\|\vec{a}\| = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow \boxed{a = 10}$ (0,25)

3) الزاوية α بين $\vec{a}$ ومحور الفواصل (ox):

المحور (ox) حامل الشعاع $\vec{i}$

$\vec{i}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} \vec{a}.\vec{i} = a.\cos\alpha & (0,25) \\ \vec{a}.\vec{i} = \ddot{x} = 8 & (0,25) \end{cases} \Rightarrow$

$\cos\alpha = \frac{\ddot{x}}{a} = \frac{8}{10}$ (0,25)

$\boxed{\alpha = \text{Arc}\cos(0,8)}$

$\boxed{\alpha = 36,9^\circ}$ (0,25)

حل ت (2): (ن 3)

1) حساب شعاع الدوران اللحظي لـ R/R_1:

- السرعة الزاوية هي ω.
- الدوران حول (oz) // $\vec{k}$.

وعليه: $\vec{\omega}_{R_1/R} = \omega\vec{k}$ (0,5)

2) حساب السرعة المطلقة:

ط1: طريقة الاشتقاق المباشر:

$\vec{V}_a = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_R$ (0,25) $\Rightarrow$

$\vec{V}_a = \frac{d}{dt}(v_0 t\vec{x}_1)\Big|_R \Rightarrow$

$\vec{V}_a = v_0\vec{x}_1 + v_0 t\dot{\vec{x}}_1$

$\dot{\vec{x}}_1 = \vec{\omega}\wedge\vec{x}_1 = \omega\vec{k}\wedge\vec{x}_1$

$\dot{\vec{x}}_1 = \omega\vec{J}_1$ (0,25)

$\vec{V}_a = v_0\vec{x}_1 + v_0 t\omega\vec{J}_1$

$\vec{V}_a = v_0(\vec{x}_1 + \omega t\vec{J}_1)$ (0,5)

ط2: طريقة قانون تركيب السرعات:

$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_R$ (0,25)

سرعة الجر: $\vec{V}_e = \left.\frac{d\vec{OO_1}}{dt}\right|_R + \vec{\omega}\wedge\vec{O_1M}$ (0,25)

$\vec{OO_1} = \vec{0}$ و $\vec{O_1M} = \vec{OM}$

$\vec{V}_e = \omega\vec{k}\wedge v_0 t\vec{x}_1$

$\vec{V}_e = \omega v_0 t\vec{J}_1$ (0,25)

السرعة النسبية: $\vec{V}_R = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_{R_1}$ (0,25)

$\vec{V}_R = \frac{d}{dt}(v_0 t\vec{x}_1)\Big|_{R_1}$

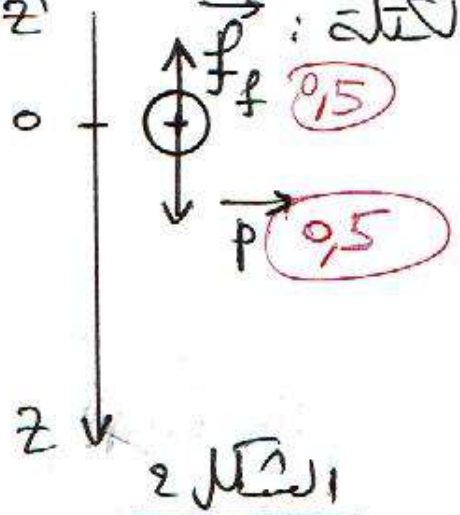
$\vec{V}_R = v_0\vec{x}_1$ (0,25) $\Leftarrow$

$\vec{V}_a = \omega v_0 t\vec{J}_1 + v_0\vec{x}_1$

$\vec{V}_a = v_0(\vec{x}_1 + \omega t\vec{J}_1)$ (0,25)

حل ت' (3): (ن 7)

- تعيين القوى المؤثرة على الكتلة:



الشكل 2

1) حساب المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق المبدأ الاساسي للتحريك:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f_f} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} - \alpha\vec{V} = m\vec{a} \quad (0,5)$$

بالاسقاط على المحور (oz):

$$P - \alpha V = ma \quad (0,5)$$

$$mg - \alpha V = m\frac{dV}{dt}$$

حيث: $a = \frac{dV}{dt}$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} + \frac{\alpha}{m}V = g} \quad (1)$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى بطرف ثاني.

2) حساب سرعة النقطة المادية:

السرعة V هي حل المعادلة التفاضلية السابقة.

$$\frac{dV}{dt} + \frac{\alpha}{m}V = g$$

حلها من الشكل:

$$V = Ce^{-\frac{\alpha}{m}t} + \frac{g}{\frac{\alpha}{m}} \quad (0,5)$$

$$V = Ce^{-\frac{\alpha}{m}t} + \frac{mg}{\alpha}$$

حيث C ثابت.

$t=0 \Rightarrow V=0 \Rightarrow$

$$0 = Ce^{-(0)} + \frac{mg}{\alpha} \Rightarrow$$

$$\boxed{C = -\frac{mg}{\alpha}} \quad (0,5)$$

$$\boxed{V = \frac{mg}{\alpha}\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)} \quad (1)$$

3) حساب الارتفاع:

$$z = \int V dt \Rightarrow$$

$$z = \int \frac{mg}{\alpha}\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)dt \quad (0,5)$$

$$z = \frac{mg}{\alpha}\left(t + \frac{m}{\alpha}e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right) + C' \quad (0,5)$$

حيث C' ثابت.

$t=0 \Rightarrow z=0$

$$0 = \frac{mg}{\alpha}\left(0 + \frac{m}{\alpha}e^{-(0)}\right) + C'$$

$$F_y = \frac{-\partial}{\partial y}\left(-\left(x^2 z + \frac{1}{2}y^2 z + \frac{1}{2}z^3\right)\right)$$

$$\boxed{F_y = yz} \quad (0{,}5)$$

$$F_z = \frac{-\partial}{\partial z}\left(-\left(x^2 z + \frac{1}{2}y^2 z + \frac{1}{2}z^3\right)\right)$$

$$(0{,}5)\quad \boxed{F_z = x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{2}z^2}$$

$$\boxed{\vec{F} = 2xz\vec{i} + yz\vec{j} + (0{,}25)\left(x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{2}z^2\right)\vec{k}}$$

2) حساب عمل القوة $\vec{F}$ بين A و B :

حسب نظرية الطاقة الكامنة :

$$W_A^B(\vec{F}) = -\Delta U \quad (0{,}5)$$

$$W_A^B(\vec{F}) = -(U(B) - U(A))$$

$$W_A^B(\vec{F}) = U(A) - U(B) \quad (0{,}5)$$

$A(1,1,1) \Rightarrow$

$$U(A) = -\left(1 + \frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(1)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{-m^2 g}{\alpha^2}} \quad (0{,}5)$$

$$z = \frac{mg}{\alpha}\left(t + \frac{m}{\alpha}e^{\frac{-\alpha}{m}t}\right) - \frac{m^2 g}{\alpha^2}$$

$$\boxed{z = \frac{mg}{\alpha}t - \frac{m^2 g}{\alpha^2}\left(1 - e^{\frac{-\alpha}{m}t}\right)} \quad (0{,}5)$$

حل التمرين (4): (ن 5,75)

1) حساب القوة $\vec{F}$ المؤثرة على الكتلة :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,U \quad (0{,}5)$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}.U$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right).U$$

بالمطابقة نجد :

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\dfrac{\partial U}{\partial y} \\ F_z = -\dfrac{\partial U}{\partial z} \end{cases}$$

$$F_x = \frac{-\partial}{\partial x}\left(-\left(x^2 z + \frac{1}{2}y^2 z + \frac{1}{2}z^3\right)\right)$$

$$\boxed{F_x = 2xz} \quad (0{,}5)$$

$$U(A) = -2\,J$$ (0,25)

$B(2,2,2) \Rightarrow$

$$U(B) = -\left(8 + \frac{1}{2}8 + \frac{1}{2}8\right)$$

$$U(B) = -16\,J$$ (0,25)

$$W_A^B(\vec{F}) = -2 - (-16)$$

$$W_A^B(\vec{F}) = 14\,J$$ (0,25)

3) حساب الطاقة الميكانيكية عند B:

$$E_m(B) = E_c(B) + E_p(B)$$ (0,5)

$$E_c(B) = \frac{1}{2} m V_B^2$$ (0,5)

$V_B = 5\,m/s \Rightarrow E_c(B) = \frac{1}{2} m (5)^2$

$$E_c(B) = 12,5\,m$$ (0,25)

$$E_p(B) = U(B) = -16\,J$$

$$E_p(B) = -16\,J$$ (0,25)

$$E_m(B) = 12,5\,m - 16$$ (0,25)