

Nom :

2^{eme} Année Maths

Prénom :

Module : Ana Num I

Groupe :

Ann Univ : 2023/2024

INTERROGATION N°01

Exercice N°1 :- Soit une fonction $f(x)$ connue aux points x_i :

x_i	-1	0	2	5
$f(x_i)$	3	-1	0	6

- 1) En utilisant la méthode de Newton, déterminer le meilleur polynôme d'interpolation de degré 2 pour avoir une approximation de $f(4)$.
- 2) Calculer une approximation de $f(x)$ par un polynôme de Lagrange de degré 2, $x \in [-1, 2]$.
Estimer le résultat si $|f^{(3)}(x)| \leq 0.5 \quad \forall x \in [-1, 2]$.

Exercice N°1

1.

x_i	$f(x_i)$	δ_1	δ_2
5	6	2	0.3
2	0	0.5	
0	-1		

$$P_2(4) = 6 + 2(4 - 5) + 0.3(4 - 5)(4 - 2) = 3.4$$

2. $|f^{(3)}(x)| \leq 0.5, \forall x \in [-1, 2]. \quad P_2(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x)$

$$P_2(x) = (3) \frac{(x-0)(x-2)}{(-1-0)(-1-2)} - (1) \frac{(x+1)(x-2)}{(0+1)(0-2)} = \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 1$$

$$|R_2| \leq \left| \frac{f^{(3)}(\xi)}{3!} \prod_{i=0}^2 (x - x_i) \right| = |f(x) - P_2(x)| \leq \left| \frac{0.5}{6} (x+1)(x)(x-2) \right| = \left| \frac{0.5}{6} x^3 - x^2 - 2x \right|$$

x	-1	0.55	1.22	2
$g'(x)$	+		-	+
$g(x)$		0.6		0
	0		-2.1126	

Alors $\max_{x \in [-1, 2]} |g(x)| = 2.1126, \quad |R_2| \leq \left| \frac{0.5}{6} (x+1)(x)(x-2) \right| = \frac{0.5}{6} (2.1126) = 0.17605$