Université Med Khider-Biskra

Faculté des Sciences Exactes et Sciences de la Nature et de la Vie

Domaine : Math-informatique-Master 2—Date :7-03-2021
Module : Analyse de Fourier et Ondelettes.
Enseignante : Dakhia g.

Examen final

Exercice 1

1. Calculer la série de Fourier trigonométriques de la fonction 2π-périodique $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que : $f(x) = |x|$ sur $]-\pi, \pi]$. La série converge t-elle vers f ?
2. Soient f et g dans $L_P^2(0, a)$. Montrer que :

$$f = g \quad \text{presque partout} \Leftrightarrow \forall k \in \mathbb{Z}, c_k(f) = c_k(g).$$

3. Soit (a, b) un intervalle borné de $\mathbb{R}$ et $f \in L^1(a, b)$. Montrer que :

$$\lim_{n \to +\infty} \int_a^b f(x) \exp(2i\pi n x)\, dx = 0$$

Exercice 2

On considère l'équation fonctionnelle suivante : $f(x) + A(f(x-1) + f(x+1)) = u(x)$ où $u(x)$ est une fonction connue, absolument intégrable sur $\mathbb{R}$ et A est une constante. Supposons que la transformée de Fourier de la fonction f et son inverse existent. Déterminer $f(x)$ sous forme intégrale. Quelle condition doit vérifier A ?

Bonne Chance