

Département de Mathématiques

2^{ème} année : Master (2021/2022)

Option : Analyse

Module : Analyse de Fourier et Ondelettes

Interrogation

EXERCICE 1 :

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ une fonction 2π -périodique définie par : $f(x) = x$ sur $] -\pi, \pi]$.

1. Trouver la série de Fourier de f et étudier sa convergence.

2. Montrer que $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

EXERCICE 2 :

1 Soit $a > 0$, calculer la transformée de Fourier de la fonction $h(x) = e^{-a|x|}$.

2 On considère l'équation différentielle :

$$-\frac{1}{a^2}g'' + g = f$$

et on suppose que les fonctions intervenant dans l'équation différentielle sont toutes intégrables. Dédurre une relation entre \widehat{g} et \widehat{f} .

3 Montrer que $\widehat{g} \in L^1(\mathbb{R})$.

4 Montrer que $\widehat{g}(\xi) = \frac{1}{2} \widehat{ah * f}(\xi)$.

5 Montrer que $\frac{1}{2}ah * f$ est continue et intégrable.

6 En utilisant la formule d'inversion, déduire l'expression de la fonction g solution de l'équation différentielle.

Mme G.Dakhia