(القوة والحركة Force and Motion)

قوانين الحركة The Laws of Motion

ناقشنا في الفصل الثاني السرعة والتعجيل دون التعرض لأسباب حركة الاجسام. الآن سنستعرض كيفية تولد التعجيل بسبب القوة.

5.1 قانون نيوتن الأول للحركة Newton's First Law of Motion

يسمى قانون نيوتن الأول للحركة أحيانا بـ (قانون القصور الذاتي). يوصف مصطلح القصور الذاتي بأنه (ميل الجسم لمقاومة التغييرات في حركته). وهناك نص آخر لقانون نيوتن الأول هو

(يبقى الجسم الساكن في حالة سكون، والجسم المتحرك يستمر في الحركة بسرعة ثابتة في خط مستقيم، في حالة عدم وجود قوى خارجية).

بكلام آخر، عندما لا توجد قوة تؤثر على جسم، فإن تعجيل الجسم يكون صفرا؛ حيث يتم التعامل مع الجسم وفقا لنموذج **الجسيم في حالة التوازن particle in equilibrium**. في هذا النموذج، يكون صافي القوة على الجسيم يساوي صفر:

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad (5.1)$$

- **القوة Force**: من القانون الأول لنيوتن، يمكننا تعريف القوة على أنها تلك التي تسبب تغييراً في حركة الجسم.
- **الكتلة Mass**: يمكننا تعريف الكتلة بانها خاصية الجسم التي تحدد مقدار المقاومة التي يبديها الجسم للتغيرات في سرعته. ان كتلة الجسم هي كمية عددية، و وحدتها في النظام العالمي SI هي كيلوغرام kg. ويجب عدم الخلط بين الكتلة والوزن، حيث ان الكتلة والوزن كميتان مختلفتان. ان كتلة الجسم تبقى نفسها في كل مكان.
- **الوزن Weight**: يساوي وزن الجسم قيمة قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم، ويختلف الوزن باختلاف الموقع او المكان. على سبيل المثال، وزن شخص على كوكب الأرض يساوي (84 kg) في حين يكون وزنه حوالي (14 kg) فقط على سطح القمر، وهذا يعني (1/6) وزنه على الأرض.

5.2 قانون نيوتن الثاني Newton's Second Law

يفسر قانون نيوتن الأول ما يحدث للجسم عندما لا تسلط عليه أي قوى: فالجسم إما ان يبقى في حالة السكون أو يتحرك بانطلاق ثابت في خط مستقيم. اما قانون نيوتن الثاني فيجيب على السؤال المتعلق بما يحدث لجسم ما عندما تؤثر عليه قوة أو أكثر.

- وحيث ان تعجيل الجسم يتناسب طرديا مع القوة المؤثرة عليه:

$$\vec{F} \propto \vec{a}$$

- وان قيمة تعجيل الجسم تتناسب عكسيا مع كتلته:

$$|\vec{a}| \propto \frac{1}{m}$$

قانون نيوتن الثاني: تعجيل الجسم يتناسب طرديا مع صافي القوة المؤثرة عليه ويتناسب عكسيا مع كتلته:

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

إذا ما اخترنا ثابت التناسب ليكون واحد (1)، فيمكننا ربط الكتلة والتعجيل والقوة من خلال العلاقة الرياضية الآتية في قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad (5.2)$$

- ان صافي القوة $\sum \vec{F}$ على جسم هي مجموع متجهات جميع القوى المؤثرة على الجسم.
- وتقاس القوة بوحدة الـ **نيوتن** (N) في نظام الوحدات العالمي SI.
- تعرف وحدة النيوتن: بانها قوة 1N ، التي عندما تؤثر على جسم كتلته 1 kg ، تنتج تعجيلا مقداره $1\ \mathrm{m/s^2}$.

$$1\mathrm{N} = 1\frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s^2}}$$

5.3 قوة الجاذبية والوزن The Gravitational Force and Weight

تنجذب جميع الاجسام إلى الأرض. وتسمى القوة الجذب المسلطة من قبل الأرض على جسم ما **بـ قوة الجاذبية Gravitational Force** $\vec{F}_g$. هذه القوة يكون اتجاهها باتجاه مركز الأرض، وقيمتها تسمى **وزن Weight** الجسم.

يواجه الجسم الساقط سقوطا حرا تعجيلا ($\vec{g}$) يتجه نحو مركز الأرض. وعند تطبيق قانون نيوتن الثاني $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ على جسم كتلته m يسقط سقوطا حرا ، بتعجيل $\vec{a} = \vec{g}$ وقوة $\sum \vec{F} = \vec{F}_g$ يكون

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{F}_g = m\vec{g}$$

- لذلك يساوي وزن الجسم mg (كتلة الجسم مضروبا في قيمة التعجيل الأرضي)
- لكون ان الوزن يعتمد على قيمة التعجيل الارضي g، فان الوزن يكون مختلفا باختلاف الموقع الجغرافي geographic location . وبسبب انخفاض قيمة g بزيادة المسافة عن مركز الأرض صعودا ، فإن الأجسام يكون وزنها أقل على ارتفاعات أعلى من مستوى سطح البحر.

5.4 قانون نيوتن الثالث Newton's Third Law

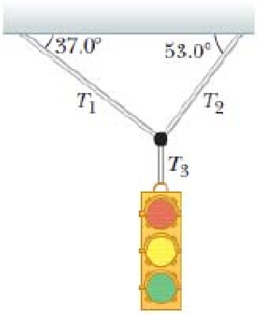
عندما تدفع كتاب بإصبعك، فان الكتاب يدفع اصبعك بنفس الوقت. يُعرف هذا المبدأ المهم باسم **قانون نيوتن الثالث**:

(في حالة تأثير جسمين بعضهما على البعض، تكون القوة $\vec{F}_{12}$ التي يسلطها الجسم 1 على الجسم 2 متساوية في القيمة ومتعاكسة لاتجاه القوة $\vec{F}_{21}$ التي يسلطها الجسم 2 على الجسم 1):

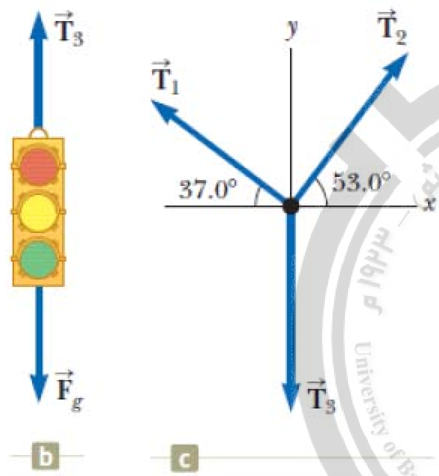
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (5.4)$$

- تسمى القوة التي يسلطها الجسم 1 على الجسم 2 باسم **قوة الفعل** Action force، وتسمى قوة الجسم 2 على الجسم 1 باسم **قوة رد الفعل** Reaction force.
- تعمل قوى الفعل ورد الفعل على الأجسام **المختلفة**، ويجب أن تكون من نفس نوع القوى (مثل قوة الجاذبية، القوة الكهربائية، إلخ).

بعض تطبيقات قوانين نيوتن Some Applications of Newton's laws:



مثال (5.1): علقت إشارة مرور وزنها $122\ \mathrm{N}$ بوساطة سلك مرتبط بسلكين آخرين مثبتين على دعامة افقية كما في الشكل. ان الاسلاك العليا تصنع الزوايا 37^{o} و53^{o} مع الأفق. أخذ بنظر الاعتبار ان هذين السلكين ليسا قويان مثل السلك العمودي المرتبط بإشارة المرور وانهما سوف ينقطعان إذا تجاوزت قوة الشد فيهما $100\ \mathrm{N}$. قرر هل ان إشارة المرور ستظل معلقة في هذه الحالة، أم سيقطع أحد هذه الاسلاك؟



الحل: نرسم رسما تخطيطيا للقوى المؤثرة على إشارة المرور، كما هو مبين في الشكل b، ومخطط الجسم-الحر diagram of the forces للعقدة التي تربط الاسلاك الثلاثة معا كما هو موضح بالشكل c. هذه العقدة knot هي الجسم الملائم للاختيار، لأن كل القوى تؤثر على امتداد خطوط تمر عبر هذه العقدة.

نطبق قانون نيوتن الأول $\sum \vec{F} = 0$ لأنها في حالة سكون، على إشارة المرور في اتجاه y كما في الشكل b

$$\sum F_y = 0$$

$$T_3 - F_g = 0 \quad \rightarrow \quad T_3 - 122 = 0$$

$$\therefore T_3 = 122\ \mathrm{N}$$

نختار محاور الإحداثيات كما هو موضح في الشكل (c)، ونحلل القوى المؤثرة عند العقدة في مركباتها:

Force	x Component	y Component
$\vec{T}_1$	$-T_1 \cos 37.0^\circ$	$T_1 \sin 37.0^\circ$
$\vec{T}_2$	$T_2 \cos 53.0^\circ$	$T_2 \sin 53.0^\circ$
$\vec{T}_3$	0	$-122\ \mathrm{N}$

نطبق نموذج **الجسيم في حالة التوازن** على العقدة، أي قانون نيوتن الأول:

$$(1) \qquad \sum F_x = -T_1 \cos 37^o + T_2 \cos 53^o = 0$$

$$(2) \qquad \sum F_y = T_1 \sin 37^o + T_2 \sin 53^o + (-122\ \mathrm{N}) = 0$$

$$(3) \qquad T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37^o}{\cos 53^o}\right) = 1.33 T_1$$

بتعويض هذه القيمة لـ T_2 في المعادلة (2)

$$(2) \qquad \sum F_y = T_1 \sin 37^o + T_2 \sin 53^o + (-122\ \mathrm{N}) = 0$$

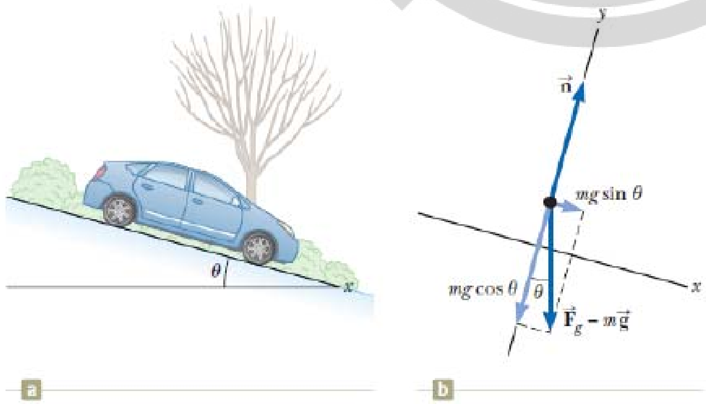
$$\sum F_y = T_1 \sin 37^o + (1.33 T_1) \sin 53^o + (-122\ \mathrm{N}) = 0$$

$$\therefore T_1 = 73.4\ \mathrm{N}$$

$$\therefore T_2 = 1.33 T_1 = 1.33(73.4) = 97.4\ \mathrm{N}$$

ان كلا القيمتين $T_1 = 73.4\ \mathrm{N}$ و $T_2 = 97.4\ \mathrm{N}$ أقل من $100\ \mathrm{N}$ ، وبالتالي فإن **الاسلاك لن تقطع**.

مثال (5.2): سيارة كتلتها m على طريق جليدي يميل بزاوية θ كما في الشكل a. (A) أوجد تعجيل السيارة، بافتراض أن الطريق املس (ليس هناك احتكاك). (B) افرض أن السيارة قد انطلقت من السكون من أعلى المنحدر وأن المسافة من مصد الصدمات الأمامي للسيارة إلى أسفل المنحدر هو d. كم هو الزمن المستغرق لكي يصل المصد الأمامي للسيارة إلى أسفل التل، وما هي سرعة السيارة عند وصولها إلى هناك؟



الحل: (A) طالما السيارة متحركة؛ نطبق قانون نيوتن الثاني. أولا نحلل القوى المسلطة على السيارة الى مركبتان؛ احداهما موازية للطريق والأخرى عمودية عليه

$$(1) \qquad \sum F_x = mg\sin\theta = ma_x$$

$$(2) \qquad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

من العلاقة (1) نجد ان

$$\therefore\ a_x = g\sin\theta$$

لاحظ أن مركبة التعجيل a_x تكون مستقلة عن كتلة السيارة m ! ذلك بانها تعتمد فقط على زاوية ميل الطريق θ وعلى قيمة التعجيل الارضي g.

(B) نطبق العلاقة الاتية من الفصل الثاني (الحركة في بعد واحد)

$$x_f = x_i + v_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$d = 0 + (0)t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$d = \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\therefore\ t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g\sin\theta}}$$

ولإيجاد السرعة النهائية للسيارة

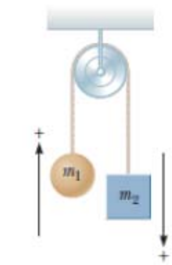
$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

حيث ان v_{ix}، لإيجاد السرعة النهائية للسيارة وان $x_f - x_i = d$ يكون

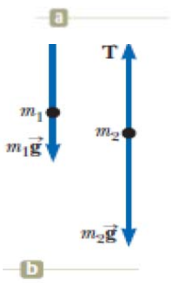
$$v_{fx}^2 = 0 + 2a_x d$$

$$v_{fx} = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2g\,d\sin\theta}$$

مثال (5.3): عندما يتم تعليق جسمين كتلتيهما غير متساوية بشكل شاقولي على بكرة ملساء كتلتها مهملة كما في الشكل a، فانه يُطلق على هذا الترتيب اسم **آلة اتود Atwood**. يستخدم هذا الجهاز في بعض الأحيان في المختبر، لتحديد قيمة التعجيل الارضي g. جد قيمة تعجيل الجسمين وجد الشد في الحبل الذي يكون مهمل الوزن؟



الحل: تخضع الأجسام في آلة اتود لقوة الجاذبية وكذلك للقوى التي تسلطها الحبال المتصلة بها، حيث تؤثر قوتان على كل جسم: قوة الى الأعلى وهي الشد $\vec{T}$ tension والقوة الجاذبية ويكون اتجاهها نحو الاسفل. لاحظ الشكل:



بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجسم 1 يكون:

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y \quad (1)$$

$$\therefore T = m_1 a_y + m_1 g \quad (2)$$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجسم 2 يكون:

$$\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y \quad (3)$$

$$\therefore T = m_2 g - m_2 a_y \quad (4)$$

بمساواة المعادلة (2) و (4) لإيجاد التعجيل a_y يكون

$$m_1 a_y + m_1 g = m_2 g - m_2 a_y$$

$$m_1 a_y + m_2 a_y = -m_1 g + m_2 g$$

$$a_y (m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1)$$

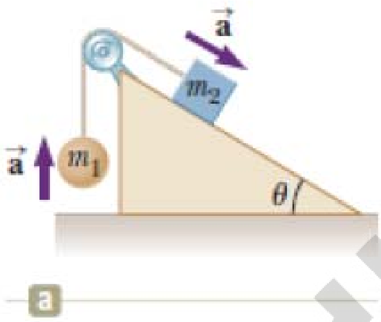
$$a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

ولإيجاد الشد في الحبل T يكون من المعادلة (2)

$$T = m_1 a_y + m_1 g \quad \rightarrow \quad T = m_1 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g + m_1 g$$

$$T = m_1 g \left[\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) + 1\right] \rightarrow T = m_1 g \left(\frac{m_2 - m_1 + m_1 + m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$T = m_1 g \left(\frac{m_2 + m_2}{m_1 + m_2}\right) \rightarrow \quad T = m_1 g \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) \rightarrow T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$



مثال (5.4): كرة كتلتها m_1 وقطعة مكعبة كتلتها m_2 متصلان بوساطة سلك مهمل الوزن يمر عبر بكرة ملساء كتلتها مهملة كما في الشكل a. تستند القطعة المكعبة على سطح مائل بزاوية θ. جد قيمة تعجيل الجسمين والشد في الحبل.

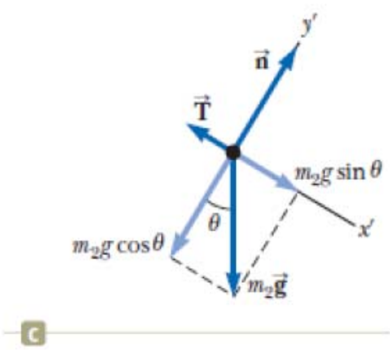
الحل: إذا تحركت القطعة m_2 إلى أسفل السطح المائل، فإن الكرة m_1 تتحرك الى الأعلى. لكون أن الجسمين متصلان بوساطة السلك (الذي نفترض أنه لا يتمدد)، فإن مقدار تعجيل الجسمين هو نفسه.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركبات القوى على الكرة m_1، ونختر الاتجاه الشاقولي ان يكون موجب كما في الشكل

$$(1) \quad \sum F_x = 0$$

$$(2) \qquad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_1 = m_1 a$$

لكي تتعجل الكرة إلى الأعلى ، من الضروري ان يكون الشد اكبر من وزن الكرة: أي ان $T > m_1 g$



الآن نطبق قانون نيوتن الثاني على مركبات القوى على القطعة m_2 كما في الشكل c

$$(3) \quad \sum F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

لقد استبدلنا التعجيل($a_{x'}$) بالتعجيل (a) لأن الجسمين لهما تعجيل متساوٍ في المقدار (a).

$$\sum F_{y'} = n - m_2 g\cos\theta = 0$$

نحل المعادلة (2) لإيجاد الشد T

$$(2) \qquad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a$$

$$\therefore\ T = m_1 a + m_1 g$$

$$(5) \qquad T = m_1(g + a)$$

نعوض هذه المعادلة في المعادلة (3)

$$\sum F_{x'} = m_2 g\sin\theta - T = m_2 a$$

$$m_2 g\sin\theta - m_1(g + a) = m_2 a$$

نحل هذه المعادلة لإيجاد (a) فيكون

$$m_2 g\sin\theta = m_2 a + m_1(g + a) \quad \rightarrow \quad m_2 g\sin\theta = m_2 a + m_1 g + m_1 a$$

$$m_2 g\sin\theta - m_1 g = a(m_2 + m_1) \quad \rightarrow \quad (m_2\sin\theta - m_1)g = a(m_2 + m_1)$$

$$a = \left(\frac{m_2\sin\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

لإيجاد الشد T نعوض معادلة التعجيل هذه في المعادلة (5)

$$T = m_1(g + a) \quad \rightarrow \quad T = m_1\left[g + \left(\frac{m_2\sin\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right) g\right]$$

$$T = m_1\left[1 + \left(\frac{m_2\sin\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right)\right] g \quad \rightarrow \quad T = m_1\left(\frac{m_1 + m_2 + m_2\sin\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

$$T = m_1 g\left(\frac{m_2 + m_2\sin\theta}{m_1 + m_2}\right) \rightarrow \quad T = m_1 m_2\left(\frac{1 + \sin\theta}{m_1 + m_2}\right) g$$

5.5 قوى الاحتكاك Force of Friction

عندما يكون الجسم في حالة حركة سواء ان كان على سطح أو في وسط لزج viscous medium مثل الهواء أو الماء، فهناك مقاومة للحركة لأن الجسم يتأثر بمحيطه. نسمي هذه المقاومة **بقوة الاحتكاك**.

- إذا ما سلطت قوة أفقية خارجية $\vec{F}$ على قطعة ما، بحيث تكون مؤثرة عليها على جهة اليمين ، يمكن أن تظل القطعة ثابتة عندما تكون القوة $\vec{F}$ صغيرة، حيث ان هناك قوة مضادة للقوة $\vec{F}$ تكون مسلطة على القطعة تمنع القطعة من التحرك ويكون اتجاهها نحو جهة اليسار وتسمى **قوة الاحتكاك السكوني (الستاتيكي) Force of static friction** $\vec{f_s}$. وطالما أن الكتلة لا تتحرك فهذا يعني ان القوة المسلطة تساوي قوة الاحتكاك السكوني $\vec{f_s} = \vec{F}$.

لذلك، إذا زادت القوة الخارجية المسلطة $\vec{F}$، ، فان قوة الاحتكاك السكوني $\vec{f_s}$ سوف تزداد أيضا.

وبالمثل ، في حالة نقصان القوة الخارجية $\vec{F}$ ، فان قوة الاحتكاك السكوني $\vec{f_s}$ ستنخفض أيضا.

- تدعى قوة الاحتكاك لجسم متحرك بـ **قوة الاحتكاك الانزلاقي (الحركي) Force of kinetic friction** $\vec{f_k}$.
- يمكن أن يكون لقيمة قوة الاحتكاك السكوني $\vec{f_s}$ بين أي سطحين متماسين لها القيم بحيث ان

$$f_s \leq \mu_s n \qquad (5.5)$$

حيث يطلق على الثابت μ_s بمعامل الاحتكاك السكوني (حيث ان الحرف μ هو حرف يوناني يلفظ ميو)، و هذا المعامل ليس له ابعاد (وحدات)، وان n هي قيمة القوة العمودية المسلطة من قبل سطح ما على سطح الآخر.

- ان إشارة المساواة (=) في المعادلة $f_s \leq \mu_s n$ فأنها تؤخذ عندما تكون الأسطح على وشك الانزلاق verge of slipping، أي عندما تكون $f_s = f_{s,\max} = \mu_s n$. في هذه الحالة تسمى الحركة **بـ الحركة الوشيكة الحدوث impending motion**.
- اما اشارة عدم المساواة ثابتا (>) تؤخذ عندما لا تكون الأسطح على وشك الانزلاق.
- تعطى قوة الاحتكاك الانزلاقي (الحركي) force of kinetic friction التي تعمل بين سطحين بالعلاقة

$$f_k = \mu_k n \qquad (5.6)$$

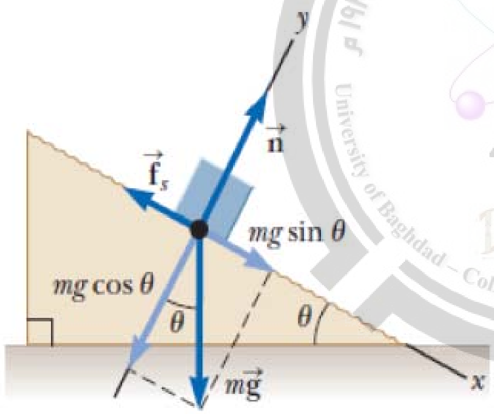
حيث ان μ_k هي معامل الاحتكاك الانزلاقي (الحركي) **coefficient of kinetic friction**.

- تعتمد قيم كل من معامل الاحتكاك الانزلاقي μ_k والسكوني μ_s على طبيعة الأسطح المتماسة.
- **بشكل عام تكون قيمة معامل الاحتكاك الانزلاقي μ_k اقل من قيمة معامل الاحتكاك السكوني μ_s.** حيث تتراوح القيم النموذجية لها من حوالي (0.03 إلى 1).
- يكون اتجاه قوة الاحتكاك على جسم ما موازيا للسطح الذي يكون فيه الجسم في حالة التماس وعكس الحركة الفعلية (الاحتكاك الانزلاقي) أو الحركة الوشيكة الحدوث (الاحتكاك السكوني) للجسم بالنسبة للسطح.

مثال (5.5):

وضعت قطعة مكعبة على سطح مائل خشن يمكن تغيير زاوية ميله. إذا ما ازدادت زاوية الميل فان القطعة المكعبة تبدأ في الانزلاق الى أسفل السطح المائل. بين أنه يمكنك الحصول على قيمة معامل الاحتكاك السكوني μ_s عن طريق قياس الزاوية الحرجة θ التي يحدث عندها هذا الانزلاق مباشرة؟

الحل: طالما ان القطعة المكعبة ساكنة على السطح المائل، نطبق قانون نيوتن الأول، نحلل القوى الى قوى افقية وأخرى عمودية:



$$\sum F_x = mg\sin\theta - f_s = 0 \qquad (1)$$

$$\therefore\ f_s = mg\sin\theta \qquad (2)$$

$$\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0 \qquad (3)$$

$$\therefore mg = \frac{n}{\cos\theta} \qquad (4)$$

نعوض المعادلة الأخيرة (4) في المعادلة (2) فنحصل على

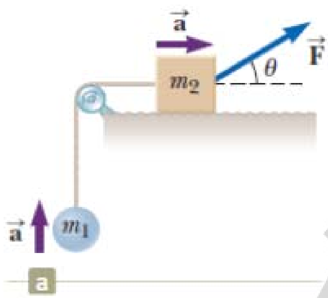
$$f_s = mg\sin\theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right)\sin\theta = n\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) = n\tan\theta \qquad (5)$$

عندما تزداد زاوية الميل θ لغاية ان تكون القطعة على وشك الانزلاق، فإن قوة الاحتكاك السكوني تكون قد وصلت إلى أقصى قيمة لها وهي $f_s = \mu_s n$.

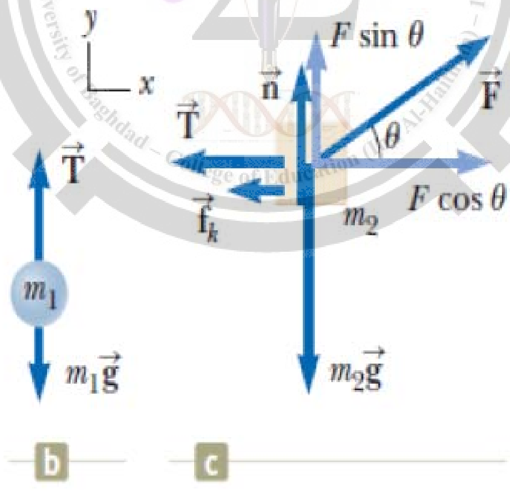
$$f_s = \mu_s n = n \tan\theta$$

$$\therefore \mu_s = \tan\theta$$

مثال (5.6): قطعة مكعبة كتلتها m_2 تستند على سطح افقي خشن متصلة بِكُرة كتلتها m_1 بوساطة حبل عديم الوزن عبر بَكَرة عديمة الاحتكاك كما يظهر في الشكل. اذا ما سلطت قوة قيمتها F بزاوية θ مع الأفق كما يظهر في الشكل وان القطعة انزلقت الى جهة اليمين، وكان معامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة والسطح هو μ_k. أحسب قيمة التعجيل للجسمين؟



الحل: ان القطعة المكعبة والكرة بسبب هذه القوة سيتحركان، حيث ستتحرك القطعة المكعبة الى اليمين كما اشير الى ذلك بمنطوق المسألة وستتحرك الكرة الى الأعلى لان قوة الشد أكبر من وزنها. ان الشكل b يوضح القوى المسلطة على الكرة. نحلل القوى المسلطة على القطعة المكعبة كما في الشكل c.



لكون ان هناك حركة، نطبق قانون نيوتن الثاني. ان القوى الافقية على القطعة المكعبة

$$(1) \qquad \sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_2 a_x = m_2 a$$

والقوى العمودية على الكرة هي

$$(2) \qquad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

$$(3) \quad T = m_1 a + m_1 g = m_1(a + g)$$

لقد استبدلنا التعجيل(a_x) في المعادلة (1) و التعجيل a_y في المعادلة (2) بالتعجيل (a) لأن الجسمين لهما تعجيل متساوٍ في المقدار (a).

الآن نطبق قانون نيوتن الأول على القطعة المكعبة، حيث ان محصلة القوى بالاتجاه العمودي تعطى

$$(4) \qquad \sum F_y = n + F\sin\theta - m_2 g = 0$$

نحل المعادلة (4) لإيجاد n فيكون

$$(5) \quad n = m_2 g - F\sin\theta$$

وحيث ان قوة الاحتكاك الشروعي تعطى بالعلاقة $f_k = \mu_k n$ يكون لدينا بتعويض n من المعادلة (5)

$$(6) \quad f_k = \mu_k(m_2 g - F\sin\theta)$$

نعوض عن f_k من المعادلة (6) و عن T من المعادلة (3) في المعادلة (1) لإيجاد a

$$(1) \qquad \sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_2 a$$

$$F\cos\theta - \mu_k(m_2 g - F\sin\theta) - m_1(a + g) = m_2 a$$

$$F\cos\theta - m_2 g\,\mu_k + \mu_k F\sin\theta - m_1 a - m_1 g = m_2 a$$

$$F\cos\theta + \mu_k F\sin\theta - m_1 g - m_2 g\,\mu_k = m_1 a + m_2 a$$

$$F(\cos\theta + \mu_k\sin\theta) - (m_1 + \mu_k m_2)g = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k\sin\theta) - (m_1 + \mu_k m_2)g}{m_1 + m_2}$$

Chapter 5

(Force and Motion)

The Laws of Motion

5.1 Newton's First Law of Motion:

Newton's First Law of Motion Sometimes called the (*law of inertia*). The term inertia is described as (the tendency of an object to resist changes in its motion). Another statement of Newton's first law is

(In the absence of external forces, an object at rest remains at rest and an object in motion continue in motion with a constant velocity in a straight line).

In other words, when no force acts on an object, the acceleration of the object is zero; the object is treated with the **particle in equilibrium** model. In this model, the net force on the object is zero:

$$\boldsymbol{\Sigma}\,\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{0} \qquad (5.1)$$

- **Force**: From the first law, we can define **force** as that which causes a change in motion of an object.
- **Mass:** we can define mass is that property of an object that specifies how much resistance an object exhibits to changes in its velocity. Mass is a scalar quantity. The SI unit of mass is the kilogram. Mass should not be confused with weight. Mass and weight are two different quantities. The mass of an object is the same everywhere.
- **Weight:** The weight of an object is equal to the magnitude of the gravitational force exerted on the object and varies with location.

  For example, a person weighing (84 kg) on the Earth weighs only about (14 kg) on the Moon, that means (1/6) his weighs on the Earth.

5.2 Newton's Second Law

Newton's first law explains what happens to an object when no forces act on it: it either remains at rest or moves in a straight line with constant speed. Newton's second law answers the question of what happens to an object when one or more forces act on it.

- The acceleration of an object is directly proportional to the force acting on it: $\vec{\mathbf{F}} \propto \vec{\mathbf{a}}$
- The magnitude of the acceleration of an object is inversely proportional to its mass: $|\vec{\mathbf{a}}| \propto \mathbf{1}/\boldsymbol{m}$

Newton's second law: The acceleration of an object is directly proportional to the net force acting on it and inversely proportional to its mass:

$$\vec{\mathbf{a}} \propto \frac{\Sigma \vec{\mathbf{F}}}{m}$$

If we choose a proportionality constant of 1, we can relate mass, acceleration, and force through the following mathematical statement of Newton's second law:

$$\boxed{\Sigma \vec{\mathbf{F}} = \boldsymbol{m}\,\vec{\mathbf{a}}} \qquad \text{Newton's second law} \qquad (5.2)$$

- The net force ($\Sigma\vec{\mathrm{F}}$) on an object is the vector sum of all forces acting on the object.
- The SI unit of force is the **newton** (N).
- The definition of the newton is: A force of 1 N is the force that, when acting on an object of mass 1 kg, produces an acceleration of 1 m/s^2.

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg}\ .\ \mathrm{m/s^2}$$

5.3 The Gravitational Force and Weight

All objects are attracted to the Earth. The attractive force exerted by the Earth on an object is called the **gravitational force** $\vec{F}_g$. This force is directed toward the center of the Earth, and its magnitude is called the **weight** of the object.

A freely falling object experiences an acceleration ($\vec{g}$) acting toward the center of the Earth. Applying Newton's second law $\boldsymbol{\Sigma}\vec{F} = m\,\vec{a}$ to a freely falling object of mass *m*, with $\vec{a} = \vec{g}$ and $\boldsymbol{\Sigma}\vec{F} = \vec{F}_g$, gives

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{g}} = \boldsymbol{m}\,\vec{\mathbf{g}} \qquad (5.3)$$

- The weight of an object is equal to *mg*: $F = m\,g$
- Because it depends on *g*, weight varies with geographic location. Because *g* decreases with increasing distance from the center of the Earth, objects weigh less at higher altitudes than at sea level.

5.4 Newton's Third Law

When your finger pushes on the book, the book pushes back on your finger. This important principle is known as **Newton's third law:**

(If two objects interact, the force $\vec{F}_{12}$ exerted by object 1 on object 2 is equal in magnitude and opposite in direction to the force $\vec{F}_{21}$ exerted by object 2 on object 1):

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{12}} = -\,\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{21}} \qquad (5.4)$$

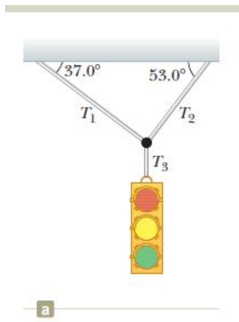
- The force that object 1 exerts on object 2 is popularly called the *action force*, and the force of object 2 on object 1 is called the *reaction force.*

- The action and reaction forces act on *different* objects and must be of the same type (gravitational, electrical, etc.).

Some Applications of Newton's laws:

Example (5.1):

A traffic light weighing 122 N hangs from a cable tied to two other cables fastened to a support as in the figure a. The upper cables make angles of 37° and 53° with the horizontal. These upper cables are not as strong as the vertical cable and will break if the tension in them exceeds 100 N. Does the traffic light remain hanging in this situation, or will one of the cables break?

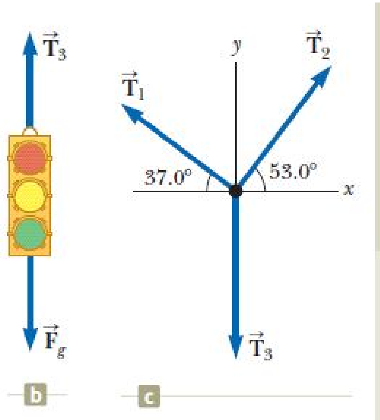


Solution:

We construct a diagram of the forces acting on the traffic light, shown in the figure b, and a free-body diagram for the knot that holds the three cables together, shown in the figure c. This knot is a convenient object to choose because all the forces of interest act along lines passing through the knot.

- Apply equation (5.1) for the traffic light in the *y* direction:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_3 - F_g = 0$$
$$T_3 = F_g = 122 \text{ N}$$



Choose the coordinate axes as shown in the figure c and resolve the forces acting on the knot into their components:

Force	x Component	y Component
$\vec{\mathbf{T}}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \sin 37.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \sin 53.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_3$	0	-122 N

Apply the particle in equilibrium model to the knot:

$$(1)\ \sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$$

$$(2)\ \sum F_y = T_1 \sin 37.0° + T_2 \sin 53.0° + (-122 \text{ N}) = 0$$

$$(3)\ T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33\,T_1$$

Substitute this value for T_2 into equation (2):

$$T_1 \sin 37.0° + (1.33T_1)(\sin 53.0°) - 122 \text{ N} = 0$$

$$T_1 = 73.4 \text{ N}$$

$$T_2 = 1.33T_1 = 97.4 \text{ N}$$

Both values are less than 100 N, so the cables will not break.

Example (5.2):

A car of mass *m* is on an icy driveway inclined at an angle u as in the figure a.

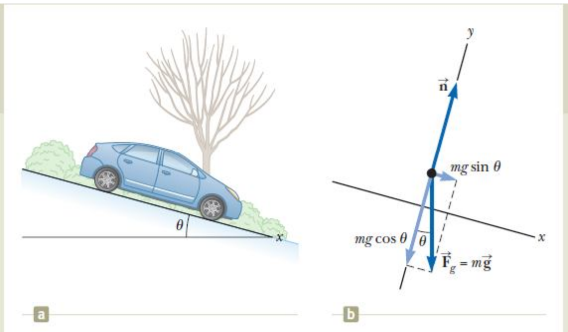
(A) Find the acceleration of the car, assuming the driveway is frictionless.

Solution:

$$(1)\ \sum F_x = mg\sin\theta = ma_x$$

$$(2)\ \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

$$(3)\ a_x = \boxed{g\sin\theta}$$



Note that the acceleration component a_x is independent of the mass of the car! It depends only on the angle of inclination and on *g*.

(B) Suppose the car is released from rest at the top of the incline and the distance from the car's front bumper to the bottom of the incline is *d*. How long does it take the front bumper to reach the bottom of the hill, and what is the car's speed as it arrives there?

Solution:

Apply equation: $x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$x_f = d$, $x_i = 0$ and $v_{xi} = 0$ then $d = \frac{1}{2}a_x t^2$

Solve for t :

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g\sin\theta}}$$

Use equation: $v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$

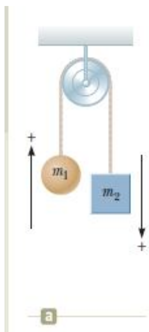
with $v_{xi} = 0$, to find the final velocity of the car:

$$v_{xf}^2 = 2\,a_x\,d$$

$$v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd\sin\theta}$$

Example (5.3):

When two objects of unequal mass are hung vertically over a frictionless pulley of negligible mass as in the figure a, the arrangement is called an *Atwood machine.*



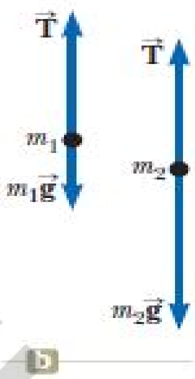
The device is sometimes used in the lab. to determine the value of *g*. Determine the magnitude of the acceleration of the two objects and the tension in the lightweight cord.

Solution:

The objects in the Atwood machine are subject to the gravitational force as well as to the forces exerted by the strings connected to them.

Two forces act on each object: the upward force $\vec{T}$ (tension) exerted by the string and the downward gravitational force.

Apply Newton's second law to object 1:



$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

Apply Newton's second law to object 2:

$$\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

Solve for the acceleration: $a_y = \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$

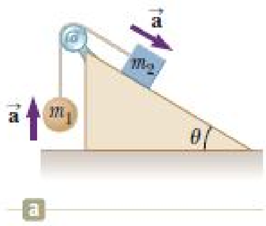
To find the tension T of the string: $T = m_1(g + a_y) = \left(\dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$

Example (5.4):

A ball of mass m_1 and a block of mass m_2 are attached by a lightweight cord that passes over a frictionless pulley of negligible mass as in the figure a. The block lies on a frictionless incline of angle θ.

Find the magnitude of the acceleration of the two objects and the tension in the cord.

Solution:



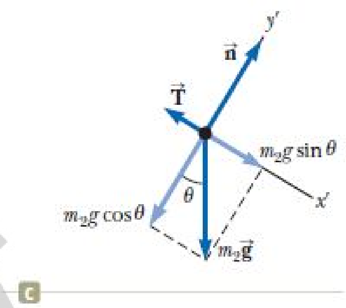
If m_2 moves down the incline, then m_1 moves upward. Because the objects are connected by a cord (which we assume does not stretch), their accelerations have the same magnitude.

Apply Newton's second law in component form to the ball, choosing the upward direction as positive:

$$(1)\ \sum F_x = 0$$
$$(2)\ \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

For the ball to accelerate upward, it is necessary that $T > m_1 g$.

Apply Newton's second law in component form to the block:



$$(3)\ \sum F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$
$$(4)\ \sum F_{y'} = n - m_2 g \cos\theta = 0$$

We replaced ($a_{x'}$) with (a) because the two objects have accelerations of equal magnitude (a).

Solve equation (2) for T :

$$(5)\ T = m_1(g + a)$$

Substitute this expression for T into equation (3):

$$m_2 g \sin\theta - m_1(g + a) = m_2 a$$

Solve for (a):

$$(6)\ a = \left(\frac{m_2 \sin\theta - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

Substitute this expression for (a) into equation (5) to find T :

$$(7)\ T = \left(\frac{m_1 m_2 (\sin\theta + 1)}{m_1 + m_2}\right) g$$

5.5 Forces of Friction

When an object is in motion either on a surface or in a viscous medium such as air or water, there is resistance to the motion because the object interacts with its surroundings. We call such resistance a **force of friction.**

- If we apply an external horizontal force $\vec{F}$ to a block for example, acting to the right, the block can remains stationary when $\vec{F}$ is small. The force on the block that counteracts $\vec{F}$ and keeps it from moving acts toward the left and is called the **force of static friction** $\vec{f}_s$. As long as the block is not moving, $f_s = F$. Therefore, if $\vec{F}$ is increased, $\vec{f}_s$ also increases. Likewise, if $\vec{F}$ decreases, $\vec{f}_s$ also decreases.
- We call the friction force for an object in motion the **force of kinetic friction** $\vec{f}_k$.
- The magnitude of the force of static friction between any two surfaces in contact can have the values:

$$f_s \leq \mu_s n \qquad (5.5)$$

Where the dimensionless constant (μ_s) is called the **coefficient of static friction** and (n) is the magnitude of the normal force exerted by one surface on the other.

- The equality in equation (5.5) holds when the surfaces are on the verge of slipping, that is, when $f_s = f_{s,\max} = \mu_s n$. This situation is called *impending motion.*
- The inequality holds when the surfaces are not on the verge of slipping.
- The magnitude of the force of kinetic friction acting between two surfaces is:

$$f_k = \mu_k n \qquad (5.6)$$

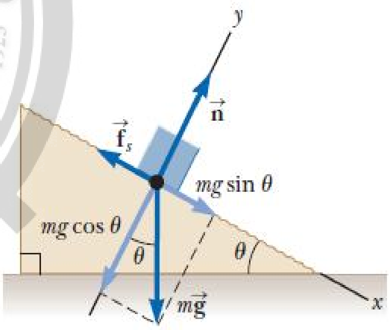
Where (μ_k) is the **coefficient of kinetic friction.**

- The values of μ_k and μ_s depend on the nature of the surfaces.
- **μ_k is generally less than μ_s.**

  Typical values range from around (0.03 to 1).
- The direction of the friction force on an object is parallel to the surface with which the object is in contact and opposite to the actual motion (kinetic friction) or the impending motion (static friction) of the object relative to the surface.

Example (5.5):

A block is placed on a rough surface inclined relative to the horizontal as shown in the figure. The incline angle is increased until the block starts to move. Show that you can obtain μ_s by measuring the critical angle θ at which this slipping just occurs?



Solution:

$$(1)\quad \sum F_x = mg\sin\theta - f_s = 0$$

$$(2)\quad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

Substitute ($mg = n/\cos\theta$) from equation (2) into equation (1):

$$(3)\quad f_s = mg\sin\theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right)\sin\theta = n\tan\theta$$

When the incline angle is increased until the block is on the verge of slipping, the force of static friction has reached its maximum value $\mu_s n$.

$$\mu_s n = n\tan\theta$$

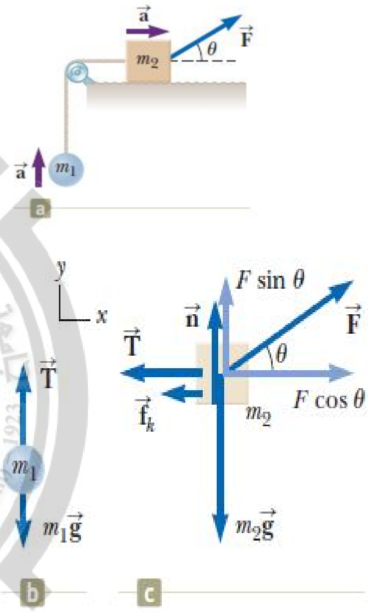
$$\mu_s = \tan\theta$$

Example (5.6):

A block of mass m_2 on a rough, horizontal surface is connected to a ball of mass m_1 by a lightweight cord over a lightweight, frictionless pulley as shown in the figure a. A force of magnitude F at an angle Θ with the horizontal is applied to the block as shown, and the block slides to the right. The coefficient of kinetic friction between the block and surface is μ_k.

Determine the magnitude of the acceleration of the two objects.

Solution:



$$(1)\ \sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_2 a_x = m_2 a$$

$$(2)\ \sum F_y = n + F\sin\theta - m_2 g = 0$$

$$(3)\ \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

Solve equation (2) for n:

$$n = m_2 g - F\sin\theta$$

Substitute (n) into $f_k = \mu_k n$:

$$(4)\ f_k = \mu_k(m_2 g - F\sin\theta)$$

Substitute equation (4) and the value of (T) from equation (3) into equation (1):

$$F\cos\theta - \mu_k(m_2 g - F\sin\theta) - m_1(a + g) = m_2 a$$

Solve for a:

$$(5)\ a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - (m_1 + \mu_k m_2)g}{m_1 + m_2}$$