أساليب تعيين الاحتمالات

تقاس الاحتمالات بنهاية صغرى هي الصفر والتي تعكس الاستحالة المطلقة لتحقيق الحادث ونهاية عليا هي الواحد والتي تعكس الحقيقة المطلقة لتحقيق الحادث، وبالتالي فإن القيمة العددية للاحتمال هي عبارة عن كسر يقع بين الصفر والواحد،هذه القيمة العددية يجب البحث عنها وتحديدها رياضيا بطرق عدة .

1- طرائق تعيين الاحتمالات:

أ- الطريقة التقليدية: إن احتمال وقوع الأحداث هو كسر مقامه يساوي عدد مرات التجربة الخاصة به وبسطه يساوي عدد الحالات التي وقع فيها الحدث وتسمى الحالات الموافقة.

أي أن احتمال وقوع الحدث= عددالحالات الملائمة/ عدد الحالات الممكنة

مثال: ما إحتمال ظهور عدد زوجي عند إلقاء زهرة النرد المتناظرة مراة واحدة.فإن إحتمال وقوع الحادثA

P(A)=A /µ=3/6=1 /2

كما يمكن حساب الحاث A بإعتباره مجموع ثلاث حوادث أولية متنافية أي:

PA=W2+W4+W6=1/6+1/6+1/6=1/2

ب-الطريقة الاحصائية: إن الطريقة الاحصائية لتعيين الاحتمالات تعطي مفهوما تجريبيا للاحتمال على أنه التكرار النسبي عند تكرار غير محدود للتجربة الاحتمالية المفروضة Eضمن نفس الشروط .

مثال: نفترض أنه تم الحصول في مئة رمية لقطعة النقود المعدنية المتناظرة على 53صورةHو47رقمTفإن التكرار النسبي لظهور الصورة يكون 100/53=0,53.

2-أهمية الاحتمال الاحصائي:

إن أهميته تكمن في حساب الاحتمالات في ميادين عديدة منها التأمين،ففي التأمين يتخذ ما يعرف "بجدول الحياة" أساسا للحساب حيث يؤخذ 100.000شخص عند الولادة ثم يدرس تناقص عددهم بسبب الوفاة؛وبواسطة ذلك يكمن حساب إحتمال وفاة شخص ما وفي سن ما؛وانطلاقا من جدول الحياة تحسب كلفة التأمين على الحياةوتوضع الاحتياطات وفقا لذلك.

مثال: ما احتمال وفاة شخص في سن العشرين،مع العلم أن عدد المعمرين هو92637شخصا في سن العشرين وعددهم في سن الواحد والعشرون هو91914.

الحل:حساب عدد المتوفين: 92637-91914=723، وبالتالي فإن إحتمال وفاة شخص بعد بلوغ سن العشرين هو:

P= 723 /92637=0.007

3-القوانين الأساسية في الاحتمالات:

إن حساب الاحتمالات يخضع لقوانين علمية واضحة يحكمها المنطق العلمي ومن أهمها:

3-1-جمع الاحتمالات: إن جمع الاحتمالات يتطلب البحث في طبيعة العلاقة الموجودة بين الحوادث هل هي متنافية أو غير متنافية وعلى هذا الأساس تكون قاعدة الجمع.

أ-الحوادث المتنافية:إذا كان A وB حدثين متنافيين،فإن تحقق اجتماعهما يساوي مجموع إحتمالهما،أي أن:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

وتعرف هذه الصيغة باسم القاعدة الخاصة بالجمع.

مثال: يحتوي صندوق على خمس كرات،إثنتان بيضاوين وواحدة سوداء واثنتين حمراوين وسحبت واحدة. مااحتمال الحصول على كرة بيضاء أو سوداء.

الحل: -

- احتمال الحصول على كرة بيضاء يساوي $P(B)=2/5$
- احتمال الحصول على كرة سوداءهو: $P(N)=1/5$

واحتمال الحصول على أحدهما هو: $P(B \cup N)=P(B)+P(N)=2/5+1/5=3/5$

4-نتائج:

1-4-إذا كانت الحوادث: $A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A_n$ وتشكل مجموعة كلية،فإن إحتمالاتها يساوي الواحد.

$$P(A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A_n)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3) \ldots\ldots P(A_n))=P\mu=1$$

مثال:

صندوق به 200قطعة،منها مئة وخمسون قطعة من النوع الجيدالحادث A وثلاثون قطعة من النوع المتوسط الحادث B وستة عشرة قطعة من النوع الردئ الحادث C وأربع قطع عديمة النفع الحادث D سحبت قطعة من هذا الصندوق بشكل عشوائي،فما هو احتمال أن تكون هذه القطعة جيدة أو متوسطة أو رديئة أو عديمة النفع؟

الحل:

لا يمكن أن تكون القطعة المسحوبة جيدة،متوسطة،ورديئة في آن واحد،أي أن هذه الحالات لاتحدث مع بعضها،فعند سحب قطعة من النوع الجيد يعني نفي السحب من الأنواع الأخرى وعليه.

$$P(A)=150/200=0,75$$

$$P(B)=30/200=0,15$$

$$P(C)=16/200=0,08$$

$$P(D)=4/200=0,02$$

ومنه $P(A \cup B \cup C \cup D)= P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=0,75+0,15+0,08+0,02=1$

2-4- إذا كان الحادث A ومتممه $\bar{A}$،حدثان متنافيان ويشكلان مجموعة كلية أي أن :

$$A \cap \bar{A}=\emptyset$$

$$A \cup \bar{A}=\mu$$

أي أن $P\mu=P(A \cup \bar{A}) ==P(A)+P(\bar{A}) = 1$

5-الحوادث غير المتنافية: إذا كان A وB حدثين غير متنافيين،فإن وقوع أحدهما هو عبارة عن حاصل جمع إحتمال حدوث كل منهما مع إستبعاد إحتمال وقوعهما معا.

أي أن: $P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

وتعرف هذه الصيغة باسم القانون العام للجمع.

مثال: يقوم شخص بإلقاء قطعة نرد.فما احتمال الحصول على رقم يكون فردي أو يقبل القسمة على العدد 3

الحل:

إن الحصول على رقم فردي لايمنع الحصول على عدد يقبل القسمة على3

- عدد النتائج الممكنة: $\mu=\{1,2,3,4,5,6\}$

- عدد النتائج الملائمة التي تمثل العدد الفردي،الحادثA

$A=\{1,3,5\}$

-عدد النتائج التي تمثل عدد يقبل القسمة على3:الحادثB

$B=\{3,6\}$

ومنه: $P(A)=3/6,\ P(B)=2/6,\ P(A\cap B)=1/6$

$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=3/6=2/6-1/6=4/6=2/3=0.67$

6-ضرب الاحتمالات:

انطلاقا من الصيغة العامة لقانون جمع الحوادث،يمكن حساب إحتمال تقاطع حادثين

$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ومنه $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(AUB)$

7-الاحتمال الشرطي: تستخدم نظرية الاحتمال الرمز(P(A/B الذي يقرأ إحتمال تحقق الحادث A شرط تحقق الحادثBبصورة مسبقة؛ أو احتمال تحقق الحادثAعلما أن الحادثBقد تحقق.

أي أن: $P(A/B)=P(A)$

$P(B/A)=P(B)$ حالة الحادثين مستقلين والعكس صحيح في حالة الحوادث غير المستقلة.

1-6-الحوادث غير المستقلة: إذا كان AوBوكان وقوع الحادثBمشروطا بوقوع الحادث A، فإن احتمال وقوعهما معا يساوي جداء احتمالوقوع الأول بإحتمال وقوع الثاني بعد حدوث الأول.

ويمكن التعبير عن ذلك كمايلي:

$P(A\cap B)=P(A).P(B/A)$ أو $P(A\cap P)=P(B).P(A/B)$

وذلك حسب الحادث المشروط بوقوع الحادث الآخر؛ وتسمى هذه العلاقة بقاعدة الضرب.

فإذا كان $PB\neq0$؛فإن الاحتمال الشرطي لوقوع الحادثAبعد معرفة وقوع الحادثBيعطى بالعلاقة التالية:

$P(A/B)=P(A\cap B)/P(B)$ وبشكل مشابه يحدد الاحتمال الشرطي لوقوع الحادثB؛ بافتراض وقوع الحادثAعلما أن: $PA\neq0$ بالعلاقة $P(B/A)=P(A\cap B)/P(A)$

... بالتوفيق مع المحاضرة القادمة ...