Mohamed Khider University of Biskra *Academic Year: 2023/2024*
Department of Material Sciences *The date : 21/03/2024*
Module: Mathematics II

Guided Work Series Number 4 سلسلة الأعمال الموجهة رقم
Integrals and Diff Equas التكاملات و المعادلات التفاضلية

Exercise N°– 1 – تمرين رقم في حصة الدروس

أحسب التكاملات التالية عن طريق التكامل بالتجزئة.

Compute the following integrals by integration by parts.

$$1)\int x^2 \ln x\, dx. \qquad 2)\int x \arctan x dx.$$
$$3)\int \ln x dx \qquad \textit{then} \qquad \int (\ln x)^2\, dx. \quad 4)\int \cos x \exp x\, dx.$$

Exercise N°– 2 – تمرين رقم

أحسب التكاملات التالية، مع تحديد مجال تعريف التكامل إذا لزم الأمر:

Calculate the following integrals, specifying the integral domain definition if is necessary:

$$1)\int \sin^8 x \cos^3 x dx. \quad 2)\int \cos^4 x dx. \quad 3)\int \cos^{2003} x \sin x dx.$$
$$4)\int \frac{1}{\sin x} dx. \qquad 5)\int \frac{1}{\cos x} dx. \quad 6)\int \frac{1}{7+\tan x} dx.$$

Exercise N°– 3 – تمرين رقم في حصة الدروس

أحسب التكاملات التالية عن طريق تغيير المتغير.

Calculate the following integrals by changing the variable.

$$1)\int (\cos x)^{1234} \sin x\, dx. \quad 2)\int \frac{1}{x \ln x}\, dx.$$
$$3)\int \frac{1}{3+\exp(-x)} dx. \qquad 4)\int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx.$$

Exercise N°– 4 – تمرين رقم

أحسب مساحة المنطقة المحددة بمنحنيات المعادلات

Calculate the area of the region bounded by the curves of the equations

$$y = \frac{x^2}{2} \, and \;\; y = \frac{1}{1+x^2}.$$

Exercise N°– 5 – تمرين رقم

حدد حل المعادلة التفاضلية

Determine the solution to the differential equation

$$3y' + 4y = 0$$

الذي يحقق الشرط الإبتدائي $y\left(0\right) = 2$.

which satisfies the initial condition $y\left(0\right) = 2$.

Exercise N°– 6 – تمرين رقم

لتكن المعادلة التفاضلية التالية:

Let the differential equation be:

$$y' + 2xy = x. \qquad\qquad (E)$$

1) أوجد حلول المعادلة التفاضلية المتجانسة.

Find the solutions to the homogeneous differential equation.

2) أوجد حلول المعادلة (E) التي تحقق $y(0) = 1$.

Find the solutions to the equation (E) *which satisfies* $y(0) = 1$.

Exercise N°– 7 – تمرين رقم في حصة الدروس

نقترح التكامل على أكبر مجال ممكن في $]0, \infty[$ للمعادلة التفاضلية:

We propose to integrate over the largest possible interval in $]0, \infty[$ *of the differential equation:*

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x} - y(x)^2 = -9x^2 \qquad (E).$$

1) أوجد $a \in]0, \infty[$ حيث $y(x) = ax$ حل خاص y_0 للمعادلة (E).

Find $a \in]0, \infty[$ where $y(x) = ax$ is a particular solution y_0 of equation (E).

2) أثبت أن تغيير الدالة : $y(x) = y_0(x) - \frac{1}{z(x)}$ يحول المعادلة (E) إلى المعادلة التفاضلية:

Prove that changing the function: $y(x) = y_0(x) - \frac{1}{z(x)}$. Converts the equation (E) to the differential equation:

$$z'(x) + \left(6x + \frac{1}{x}\right) z(x) = 1. \qquad (E_1)$$

3) أوجد حلول (E_1) على $]0, \infty[$.

Solve (E_1) by $]0, \infty[$.

4) أوجد كل حلول المعادلة (E) المعرفة على $]0, \infty[$.

Find all solutions to the equation (E) defined on $]0, \infty[$.

Exercise N°– 8 – تمرين رقم

لتكن المعادلة التفاضلية التالية

Let the following differential equation

$$y'' + 2y = 0$$

1) حل هذه المعادلة.

Solve this equation.

2) أوجد الدالة f التي تحقق حلا للمعادلة التفاضلية السابقة والتي تحقق الشروط التالية: $f(0) = 1$ و $f'(0) = -2$.

Find the function f that solves the previous differential equation and that satisfies the following conditions: $f(0) = 1$ and $f'(0) = -2$.